

AUFNAHMEPRÜFUNG 2023

GEOMETRIE

11. März 2023

Name, Vorname	Nr.
----------------------	------------

Zeit 60 Minuten

Hilfsmittel Taschenrechner (nicht programmierbar, netzunabhängig).
Das beiliegende Formelblatt.

Hinweise Die Prüfung enthält 5 Aufgaben.
Die Prüfung ist mit Tinte oder Kugelschreiber zu schreiben.
Konstruktionen mit Bleistift.
Kein eigenes Papier verwenden.
Entwurfspapier bei der Aufsicht verlangen.

Note

	maximale Punktzahl	Erreichte Punkte		maximale Punktzahl	Erreichte Punkte
Aufgabe 1	2		Aufgabe 4	2	
Aufgabe 2	2		Aufgabe 5	2	
Aufgabe 3	2		Total	10	

Experte 1	Experte 2

- Nummerieren Sie die Aufgaben.
- Der Lösungsweg ist ausführlich und klar aufzuschreiben.
- Ohne Lösungsweg gibt es keine Punkte.
- Jede Aufgabe wird mit maximal 2 Punkten bewertet.
- Resultate sind auf zwei Stellen nach dem Komma zu runden.

1. Konstruieren Sie ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit folgenden Werten

$$c = 12\text{cm}, \quad \text{Fläche} = 30\text{cm}^2$$

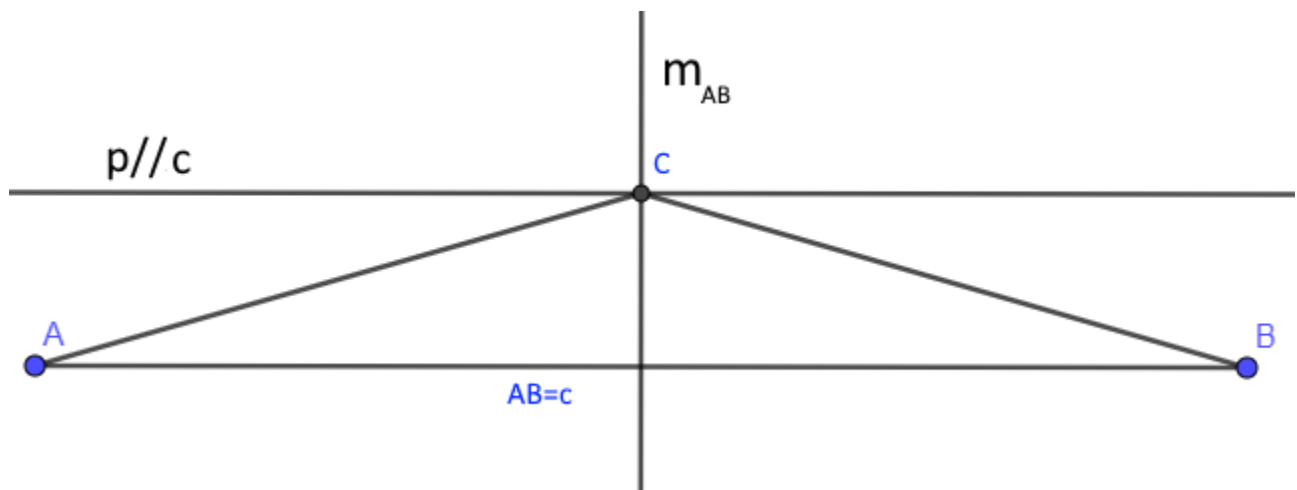
Erstellen Sie vorgängig eine Skizze und schreiben Sie einen nachvollziehbaren Konstruktionsbericht.

Lösung : $A = \frac{1}{2} c h_c \rightarrow h_c = \frac{2A}{c} = \frac{2 \cdot 30 \text{ cm}^2}{12 \text{ cm}} = 5 \text{ cm}$

Konstruktionsbericht:

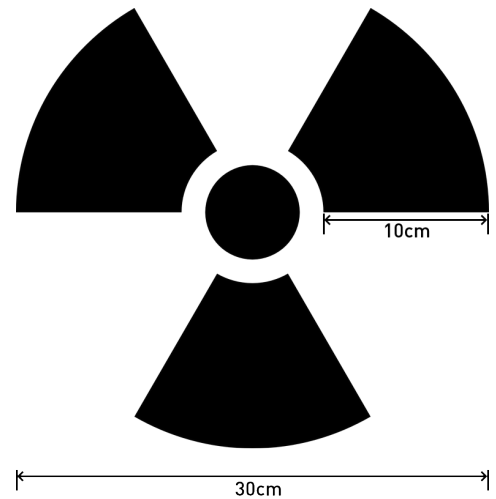
1. Strecke $c = 12 \text{ cm}$ hinlegen
2. Mittelsenkrechte m_{AB} über c konstruieren
3. Parallele p zu c im Abstand h_c erstellen
4. p mit m_{AB} schneiden = C ($p \cap m_{AB} = \{C\}$)
5. ABC ist das gesuchte Dreieck

Skizze $\frac{1}{2}$ Pkt ; Berechnung $h_c = \frac{1}{2}$ Pkt ; Richtige Lösung mit Bericht 1 Pkt = Total 2 Pkt



2. Nebstehend abgebildet sehen Sie das Warnzeichen für Radioaktivität mit 6 gleichen Sektoren. Der Durchmesser des inneren schwarzen Kreises beträgt 3cm.

Berechnen Sie den gesamten Flächeninhalt der schwarzen Flächen.



Lösung : $A = (A_1 - A_2) \frac{3}{6} + A_3$

$$A_1 = \frac{d_1^2 \pi}{4} = \frac{(30 \text{ cm})^2 \pi}{4} = 706,84 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = \frac{d_2^2 \pi}{4} = \frac{(10 \text{ cm})^2 \pi}{4} = 78,54 \text{ cm}^2$$

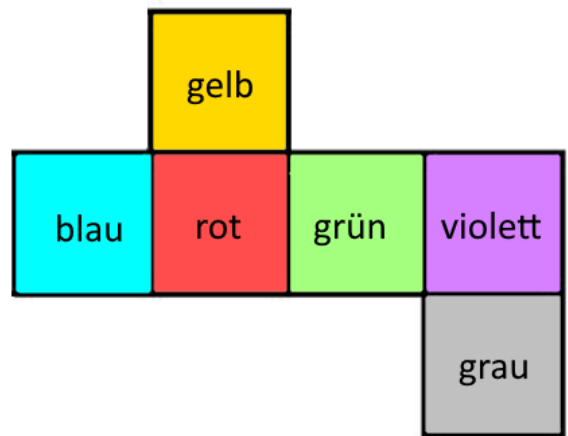
$$A_3 = \frac{d_3^2 \pi}{4} = \frac{(3 \text{ cm})^2 \pi}{4} = 7,068 \text{ cm}^2$$

$$A = (A_1 - A_2) \frac{3}{6} + A_3 =$$

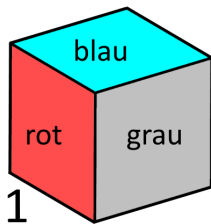
$$= (706,84 \text{ cm}^2 - 78,54 \text{ cm}^2) \frac{1}{2} + 7,068 \text{ cm}^2 = 321,2 \text{ cm}^2$$

Total 2 Pkt , pro Fehler – ½ Pkt

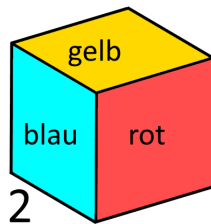
3. In nebenstehender Abbildung sehen Sie eine Würfelabwicklung.



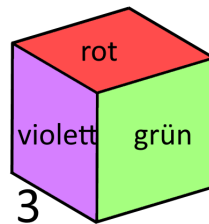
- a) Welche der sechs abgebildeten Würfel stammen aus dieser Würfelabwicklung?



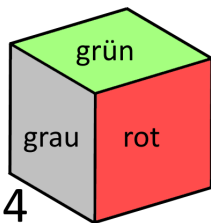
1



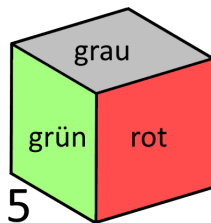
2



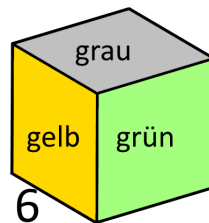
3



4



5



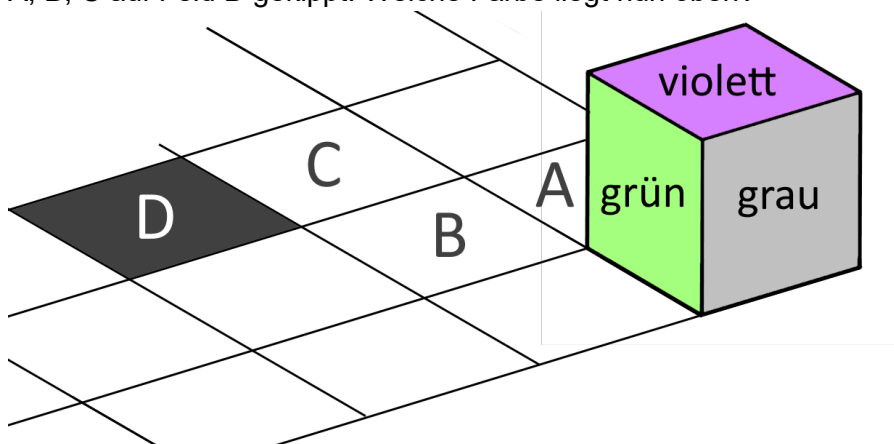
6

Falls ≥ 3 richtig = $\frac{1}{2}$ Pkt

Falls alle 6 richtig = 1 Pkt

Nummer	1	2	3	4	5	6
Richtig		✓.			✓.	
Falsch	✗		✗	✗		✗

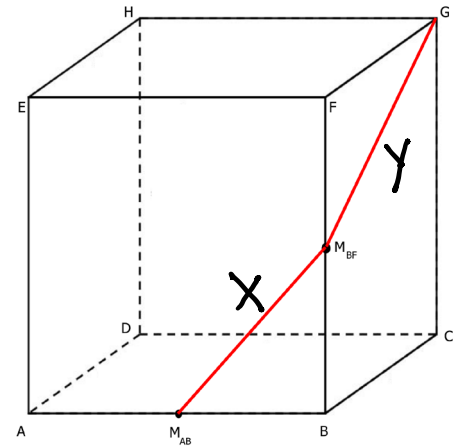
- b) Derselbe Würfel wird aus seiner Startlage durch Kippen über die jeweilige Kante über Feld A, B, C auf Feld D gekippt. Welche Farbe liegt nun oben?



Gelb ist richtig
und gibt 1 Pkt

(sonst 0 Pkt)

4. a) Eine Ameise läuft auf diesem Würfel mit Kantenlänge 8 cm von Punkt M_{AB} über Punkt M_{BF} nach Punkt G. Welche Strecke legt sie zurück?



Lösung : $x = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{2} = 4 \text{ cm} \cdot \sqrt{2} = 5,657 \text{ cm}$

$$y = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a}{2} \cdot \sqrt{5} = 4 \text{ cm} \cdot \sqrt{5} = 8,944 \text{ cm} ; \text{ Total also } 14,60 \text{ cm}$$

Je $\frac{1}{2}$ Pkt pro richtige Teil-Strecke (Summe nicht beachten , falls falsch) = Total 1 Pkt

4. b) Berechnen Sie α im gleichschenkligen Trapez ABCD.

Lösung :

Thaleskreis $\Rightarrow \angle ACB = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle ABC = 180^\circ - 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$

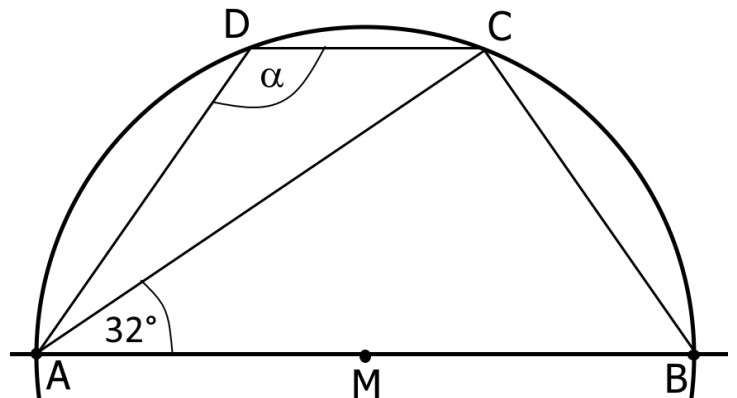
Wechselwinkel an Parallelen

$\Rightarrow \angle BCD = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$

Da die ganze Figur spiegelsymmetrisch zur Mittelsenkrechten ist : $\alpha = \angle BCD = 122^\circ$

(Oder weil es ein Sehnen-Viereck ist, gilt direkt : $\alpha = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$)

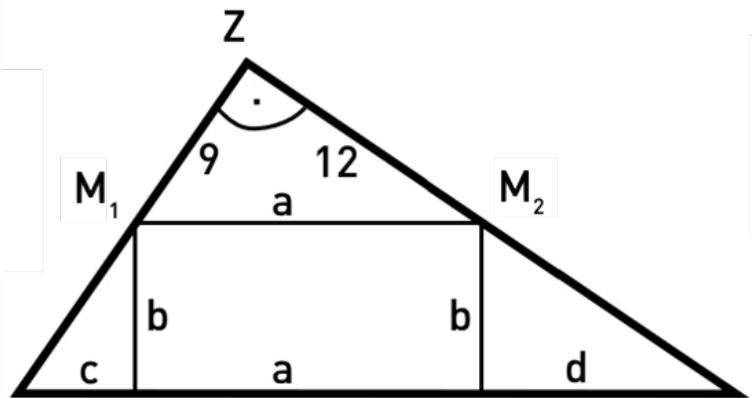
(Oder Radien einzeichnen MD , MC $\Rightarrow$ es entstehen 3 gleichschenklige Teil-Dreiecke mit den Winkeln $64^\circ + 52^\circ + 64^\circ = 180$ beim Mittelpunkt M .)



Total 1 Pkt ($\frac{1}{2}$ Pkt falls falsch aber mind 50% Teilresultate richtig)

5. M₁ und M₂ sind Seitenmittelpunkte.

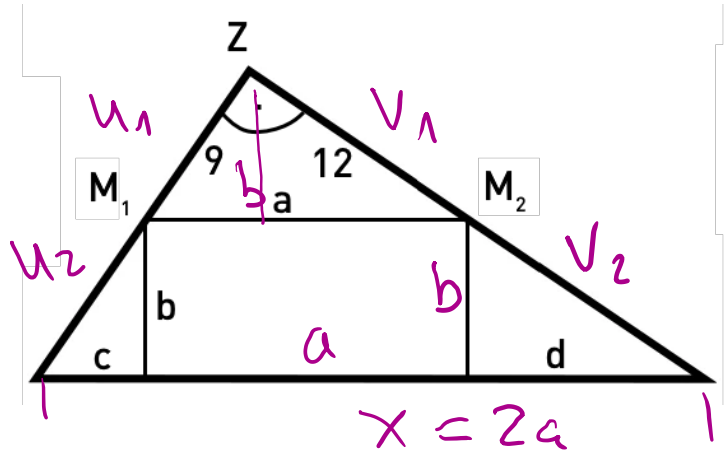
Berechnen Sie die Strecken a und b des Rechtecks, sowie die Strecken c und d.



Lösung :

$$u_1 = u_2 = 9$$

$$v_1 = v_2 = 12$$



$$\text{Phytagoras : } a = \sqrt{u^2 + v^2} = \sqrt{81 + 144} = 15$$

3 ähnliche Dreiecke , alle Winkel sind jeweils identisch :

$$a : u : v = u : c : b = v : b : d$$

$$c = \frac{u^2}{a} = 5,4 ; b = \frac{u v}{a} = 7,2 ; d = \frac{v^2}{a} = 9,6$$

(Auch alternativ möglich über die Flächen :

$$A = \frac{1}{2} ab = \frac{1}{2} uv = 54 \rightarrow b = \frac{2A}{a} = 7,2$$

$$\text{Dannach Phytagoras : } c = \sqrt{u^2 - b^2} \text{ und } d = \sqrt{v^2 - b^2})$$

Je ½ Pkt pro Teil-Resultat

= Total 2 Pkt , pro Fehler – ½ Pkt

Formelsammlung Geometrie		
Rechtwinkliges Dreieck	Fläche	$A = \frac{a \cdot b}{2}$
	Pythagoras	$a^2 + b^2 = c^2$
Gleichseitiges Dreieck	Höhe	$h = \frac{s}{2} \sqrt{3}$
	Fläche	$A = \frac{s^2}{4} \sqrt{3}$
Allgemeines Dreieck	Umfang	$U = a + b + c$
	Fläche	$A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h_g$
Quadrat	Umfang	$U = 2 \cdot (a + b)$
	Fläche	$A = s^2$
	Diagonale	$d = s \cdot \sqrt{2}$
Trapez	Fläche	$A = \frac{(a+c)}{2} \cdot h$
Kreis	Umfang	$U = 2 \cdot r \cdot \pi$
	Fläche	$A = r^2 \cdot \pi$
Würfel	Raumdiagonale	$d = s \cdot \sqrt{3}$
	Volumen	$V = s^3$
Prisma	Volumen	$V = A_{\text{Grundfläche}} \cdot h$
Zylinder	Volumen	$V = r^2 \cdot \pi \cdot h$