

AUFNAHMEPRÜFUNG 2022

ARITHMETIK / ALGEBRA

12. März 2022

Name, Vorname	Nr.
----------------------	------------

Zeit 100 Minuten

Hilfsmittel Taschenrechner (nicht programmierbar, netzunabhängig).
Das beiliegende Formelblatt.

Hinweise Die Prüfung enthält 8 Aufgaben.
Die Prüfung ist mit Tinte oder Kugelschreiber zu schreiben.
Kein eigenes Papier verwenden.
Entwurfspapier bei der Aufsicht verlangen.

Note

	maximale Punktzahl	Erreichte Punkte		maximale Punktzahl	Erreichte Punkte
Aufgabe 1	2		Aufgabe 5	2	
Aufgabe 2	2		Aufgabe 6	2	
Aufgabe 3	2		Aufgabe 7	2	
Aufgabe 4	2		Aufgabe 8	2	
			Total	16	

Experte 1	Experte 2

- Nummerieren Sie die Aufgaben.
- Der Lösungsweg ist ausführlich und klar aufzuschreiben.
- Ohne Lösungsweg gibt es keine Punkte.
- Jede Aufgabe wird mit maximal 2 Punkten bewertet.
- Resultate sind sinnvoll zu runden.

1. Arithmetische Grundkenntnisse

a) Berechnen Sie $3 \cdot (-2)^5$

$$3 \cdot (-2)^5 = 3 \cdot (-32) = -96$$

0.5 Punkte für richtiges Resultat

b) Berechnen Sie $\frac{8 \cdot 5^2}{\sqrt{100}}$

$$\frac{8 \cdot 5^2}{\sqrt{100}} = \frac{8 \cdot 25}{10} = \frac{200}{10} = 20$$

0.5 Punkte für richtiges Resultat

c) Welche Rechnungen haben den gleichen Wert?

Kreuzen Sie jeweils alle gleichwertigen Varianten an.

$(20 \cdot 8) : 5 =$		$(2 \cdot 3)^3 =$	
☒ $20 \cdot \frac{8}{5}$	☒ $20 : \frac{5}{8}$	☒ $2^3 \cdot 3^3$	☒ 6^3
☐ $20 : 5 : 8$	☒ $20 : (5 : 8)$	☒ $8 \cdot 27$	☒ $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3$

0.5 Punkte für alles richtig
angekreuzt

0.5 Punkte für alles richtig
angekreuzt

2. Termumformungen

Lösen Sie die Klammer der folgenden Terme auf und fassen Sie zusammen

a) $-(3x + 4y) - [(5x - 2y) - (3x + 2y)] =$

$$\begin{aligned} & -(3x + 4y) - [(5x - 2y) - (3x + 2y)] \\ &= -3x - 4y - [5x - 2y - 3x - 2y] \\ &= -3x - 4y - 5x + 2y + 3x + 2y \\ &= -3x - 5x + 3x - 4y + 2y + 2y \\ &= -5x \end{aligned}$$

0.5 Punkte für das Auflösen der runden Klammer

0.5 Punkte für das Auflösen der eckigen Klammer mit richtigem Resultat

b) $(3x - 4)(4x - 3) + (5x + 2)^2 =$

$$\begin{aligned} 12x^2 - 9x - 16x + 12 + 25x^2 + 20x + 4 &= \frac{1}{2} \text{ ausmultiplizieren} \\ \underline{37x^2 - 5x + 16} & \quad \frac{1}{2} \text{ zusammenfassen} \end{aligned}$$

3. Gleichungen und Terme

a) Lösen Sie nach x auf

$$15 - (5x - 6) = 19 - (2x + 4)$$

Handwritten solution on grid paper:

$$15 - 5x + 6 = 19 - 2x - 4$$

zusammenfassen $\frac{1}{2}$

$$21 - 5x = 15 - 2x$$
$$+5x - 15$$
$$6 = 3x$$
$$/:2$$

Resultat $\frac{1}{2}$

$$\underline{\underline{2 = x}}$$

b) Bestimmen Sie den Wert des Terms $6a^2 - 4ab$ für $a = -3$ und für $b = 5$.

$$6a^2 - 4ab$$

$$6 \cdot (-3)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 5 = 54 + 60 = 114$$

0.5 Punkte für $6a^2 = 54$ 0.5 Punkte für $-4ab = 60$

4. Bruchgleichung

Lösen Sie nach x auf

$$\frac{x+1}{2} - \frac{x-2}{3} = 2 + \frac{x-5}{4}$$

$$\frac{x+1}{2} - \frac{x-2}{3} = 2 + \frac{x-5}{4} \quad HN 12$$

$$6(x+1) - 4(x-2) = 2 \cdot 12 + 3(x-5)$$

$$6x + 6 - 4x + 8 = 24 + 3x - 15$$

$$2x + 14 = 3x + 9$$

$$x = 5$$

Korrektur: 2 Punkte: pro Fehler -1/2 Punkt Abzug, maximal 2 Punkte

5. Südamerika

Vor einer Hilfsorganisation in Südamerika wird jeden Morgen ein Korb mit Früchten aufgestellt. Aus diesem dürfen hungrige Menschen für sich und ihre Familien Früchte herausnehmen. Damit aber der Korb nicht schon vom ersten Besucher komplett geleert wird, darf jeder nur ein Drittel mitnehmen.

An diesem Tag waren zwei Frauen und ein Mann gekommen und jeder von ihnen hatte $\frac{1}{3}$ der Früchte mitgenommen. Als der Verantwortliche am Abend den Korb wieder hereinholte, waren noch acht Früchte im Korb.

Wie viele waren es am Morgen?

Lösungsfindung durch Rückwärtsrechnen: - Nach der letzte Person: 8 sind Zweidrittel von 12 Es waren vorher also 12 Früchte - Nach der zweite Person: 12 sind Zweidrittel von 18 Es waren vorher also 18 Früchte - Nach der erste Person: 18 sind Zweidrittel von 27 Es waren vorher also 27 Früchte	Mit Gleichungsansatz $x = \text{ursprüngliche Anzahl}$ $x - \frac{x}{3} - \frac{x - \frac{x}{3}}{3} - \frac{x - \frac{x}{3} - \frac{x - \frac{x}{3}}{3}}{3} = 8 \quad \cdot 3$ 1. Entnahme 2. Entnahme 3. Entnahme $3x - x - (x - \frac{x}{3}) - (x - \frac{x}{3} - \frac{x - \frac{x}{3}}{3}) = 24 \quad \cdot 3$ $9x - 3x - 3x + x - 3x + x + (x - \frac{x}{3}) = 72 \quad \cdot 3$ $27x - 9x - 9x + 3x - 9x + 3x + 3x - x = 216$ $8x = 216$ $x = 27$
Alternative Überlegung: Da bei jeder Entnahme $(1 - \frac{1}{3}) = \frac{2}{3}$ übrigbleiben, gilt: $((x \cdot \frac{2}{3}) \cdot \frac{2}{3}) \cdot \frac{2}{3} = 8 \rightarrow x \cdot \frac{8}{27} = 8 \rightarrow x = 27$	

2 Punkte bei richtigem Resultat, auch wenn der Lösungsweg nicht nachvollziehbar ist.

Teilpunkte (für 0.5 Punkte) für dokumentierte Überlegungen, beispielsweise:

$$x - \frac{x}{3} - \frac{x - \frac{x}{3}}{3} - \frac{x - \frac{x}{3} - \frac{x - \frac{x}{3}}{3}}{3} = 8 \quad | \cdot 3$$

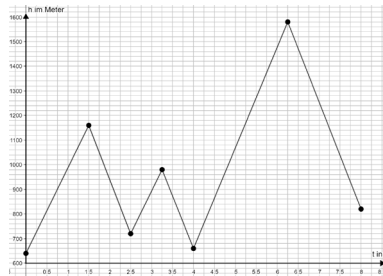
1. Entnahme 2. Entnahme 3. Entnahme

0.5 Punkte

Jedoch Vollpunktzahl nur bei richtigem Resultat.

6. Wanderung

Anna plant für den Turnverein eine Wanderung und findet dieses Höhenprofil im Internet:



- Wie viele Höhenmeter umfasst diese Wanderung abwärts?
- Es werden auf dieser Wanderung drei Gipfel überschritten. Auf wie viel m.ü.M. liegen die drei Gipfel im Durchschnitt?
- Es haben sich 2 Senioren angemeldet, welche aufwärts maximal 350 Höhenmeter pro Stunde zurücklegen können. Wie lange benötigen die Senioren für die Berganstiege? (Die Zeitangabe dürfen Sie als Dezimalzahl in Stunden angeben.)
- Wie lange dauert die Wanderung nun? (Die Zeitangabe dürfen Sie als Dezimalzahl in Stunden angeben.)

Punkt oder von – bis	Zeit Δt / h	Höhe oder Δh / m	Δh $\uparrow \downarrow$	v / m/h	OK ?
1	0	640			
1 – 2	1.5	520	$\uparrow$	347	Ja
2	1.5	1160			
2 – 3	1	440	$\downarrow$	440	
3	2.5	720			
3 – 4	0.75	260	$\uparrow$	347	Ja
4	3.25	980			
4 – 5	0.75	320	$\downarrow$	427	
5	4	660			
5 – 6	2.25	920	$\uparrow$	409	Nein
6	6.25	1580			
6 – 7	1.75	760	$\downarrow$	434	
7	8	820			

a.) 1520 Höhenmeter total umfasst diese Wanderung abwärts

0.5 Punkte

b.) In der mittleren Höhe 1240 m liegen die 3 Gipfel dieser Wanderung

0.5 Punkte

c.) Drei Anstiege: $1160\text{m} - 640\text{m} = 520\text{m}$
 $980\text{m} - 720\text{m} = 260\text{m}$
 $1580\text{m} - 660\text{m} = 920\text{m}$

Total: $520\text{m} + 260\text{m} + 920\text{m} = 1700\text{m} \rightarrow 1700\text{m} : 350\text{m/h} = \underline{4.86\text{h}}$

0.5 Punkte

d) geplante Aufstiegszeit: $1.5\text{ h} + 0.75\text{ h} + 2.25\text{ h} = 4.5\text{ h}$ (aus dem Diagramm herauslesen)
 neue Aufstiegszeit: 4.86 h (aus Teilaufgabe c)
 resultierende Mehrzeit: 0.36 h
 Die Wanderung dauert nun also **8.36 h**

(Folgefehler aus Teilaufgabe c) berücksichtigen!)

0.5 Punkte

7. Robert und Toni

Robert war vor 5 Jahren 9-mal so alt wie Toni. Heute sind beide zusammen 40 Jahre alt. Wie alt sind Robert und Toni heute?

Dokumentieren Sie Ihren Lösungsweg.

Lösungsvariante 1:

x: heutiges Alter von Toni

x-5: Alter von Toni vor 5 Jahren

9*(x-5): Alter von Robert vor 5 Jahren

9*(x-5)+5: Alter von Robert heute

$$40 = x + 9(x - 5) + 5$$

$$40 = x + 9x - 45 + 5$$

$$40 = 10x - 40$$

$$10x = 80$$

$$x = 8$$

$$9(8 - 5) + 5 = 27 + 5 = 32$$

Toni ist heute 8 Jahre und Robert 32 Jahre alt.

Lösungsvariante 2:

x: heutiges Alter von Toni

x-5: Alter von Toni vor 5 Jahren

40-x: heutiges Alter von Robert

35-x: Alter von Robert vor 5 Jahren

Altervergleich vor 5 Jahren:

$$9(x - 5) = 35 - x$$

$$9x - 45 = 35 - x$$

$$10x = 80$$

$$x = 8$$

$$40 - x = 32$$

Toni ist heute 8 Jahre und Robert 32 Jahre alt.

Alternativer Lösungsweg der Validatorin:

zwei Gleichungen mit zwei Unbekannte (R=Robert vor 5 Jahren...)

$$R = 9 \cdot T \quad \& \quad (R+5) + (T+5) = 40$$

$$(9 \cdot T + 5) + (T+5) = 40$$

$$10T + 10 = 40$$

$$10T = 30$$

$$T = 3 \rightarrow \text{Toni heute } T+5 = 3+5 = \underline{8}$$

$$R = 9 \cdot T = 9 \cdot 3 = 27 \rightarrow \text{Robert heute } R+5 = 27+5 = \underline{32}$$

2 Punkte: Volle Punktzahl nur mit klar ersichtlichem Lösungsweg. Das kann jedoch auch als Iterationsverfahren mit einer Tabelle sein.

1 Punkt: richtig geraten

8. Umfrage

Die folgende Tabelle zeigt eine Umfrage zum Handykonsum von Schülerinnen und Schülern.

Jahr	2008	2010	2012	2014	2016	2018	2020	2022
Minuten pro Tag	12	35	42	48		64	76	92

- a) Wie hoch ist das prozentuale Wachstum des Handykonsums zwischen 2010 und 2012?
- b) Zwischen den Jahren 2016 und 2018 hat der Handykonsum um 14,29 % zugenommen. Wie hoch war er dementsprechend im Jahr 2016?

Runden Sie alle Ergebnisse auf 2 Stellen nach dem Komma.

Handwritten solution on grid paper:

a) $\frac{100\% \cdot 42}{35} = 120\%$ $\frac{1}{2}$ Prozentrechnung
 Wachstum 20% $\frac{1}{2}$ Angabe des Wachstums

b) $64_{\text{min}} \triangleq 114,29\%$ $\frac{1}{2}$ Wert von 2018 als 114,29% erkannt

$\frac{64_{\text{min}} \cdot 100\%}{114,29\%} = 56_{\text{min}}$ $\frac{1}{2}$ Resultat gerechnet

Alternativer Lösungsweg der Validatorin:

a) $42_{\text{min}} - 35_{\text{min}} = 7_{\text{min}} \rightarrow 7_{\text{min}}/35_{\text{min}} = 0.2 = 20\%$

b) $64_{\text{min}} \triangleq 114.29\%$
 $55.9979_{\text{min}} \triangleq 100\%$

$\rightarrow \approx 56_{\text{min}}$