

Hinweis: Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein, ansonsten werden keine Teilpunkte vergeben. Numerische Resultate sind - sofern nicht anders verlangt - auf zwei Stellen nach dem Komma zu runden.

[illegible]

Vorname:

Name:

Aufgabe 1

Löse die Klammern auf und fasse so weit wie möglich zusammen:

(a) $3x - (5 + x) + [5 - x - (2 - y + x)]$

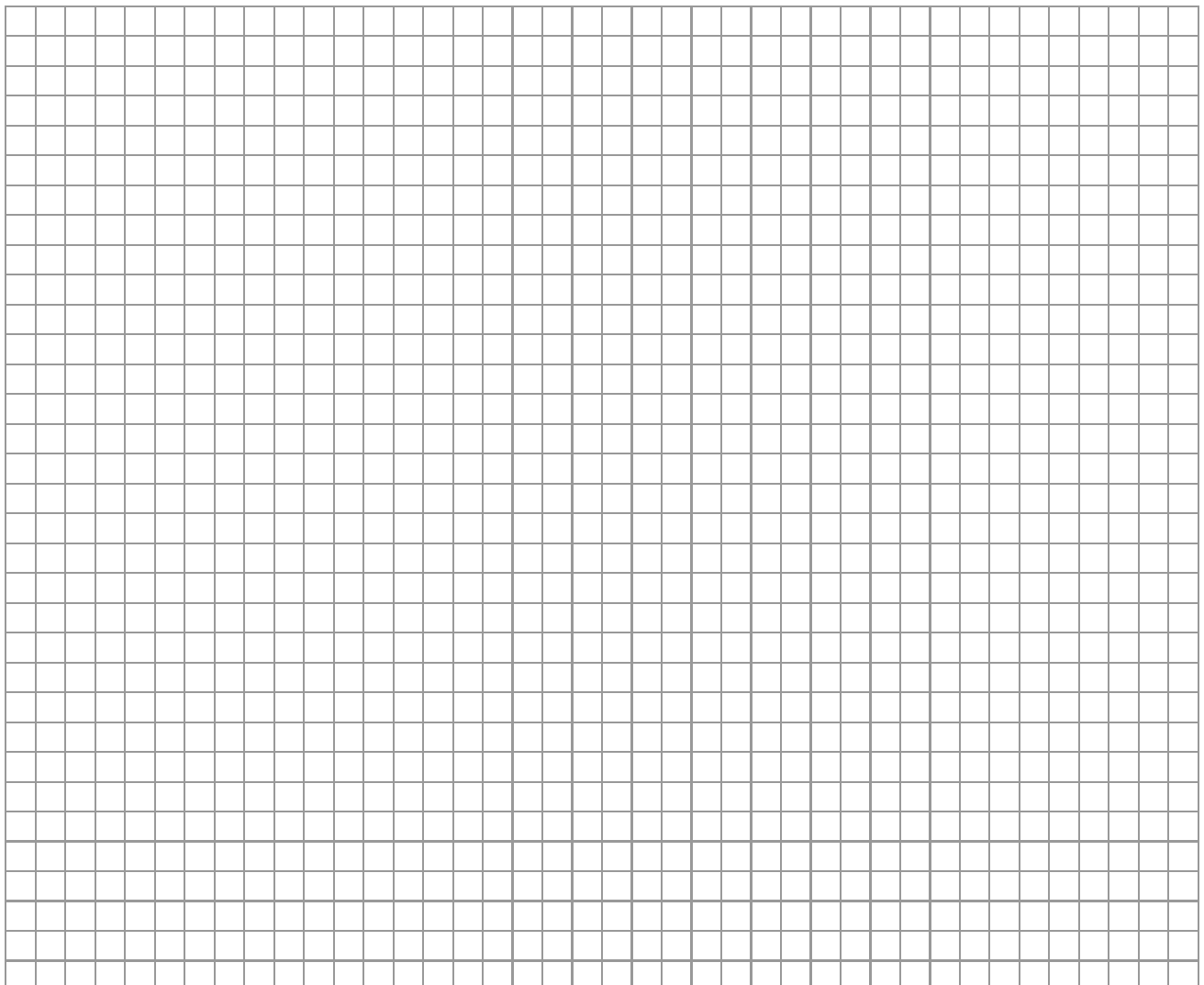
Fasse zusammen und schreibe vollständig gekürzt.

(b) $\frac{4a}{3} + \frac{a}{12} - \frac{2a}{9}$

(c) $\frac{14 \cdot p^2 \cdot q}{3 \cdot r} \cdot \frac{15 \cdot p}{7 \cdot q^3 \cdot r}$

Berechne

(d) $30\,000\text{ cm}^3 + 0.5\text{ m}^3 = \underline{\hspace{2cm}}\text{ dm}^3 (= \text{Liter})$

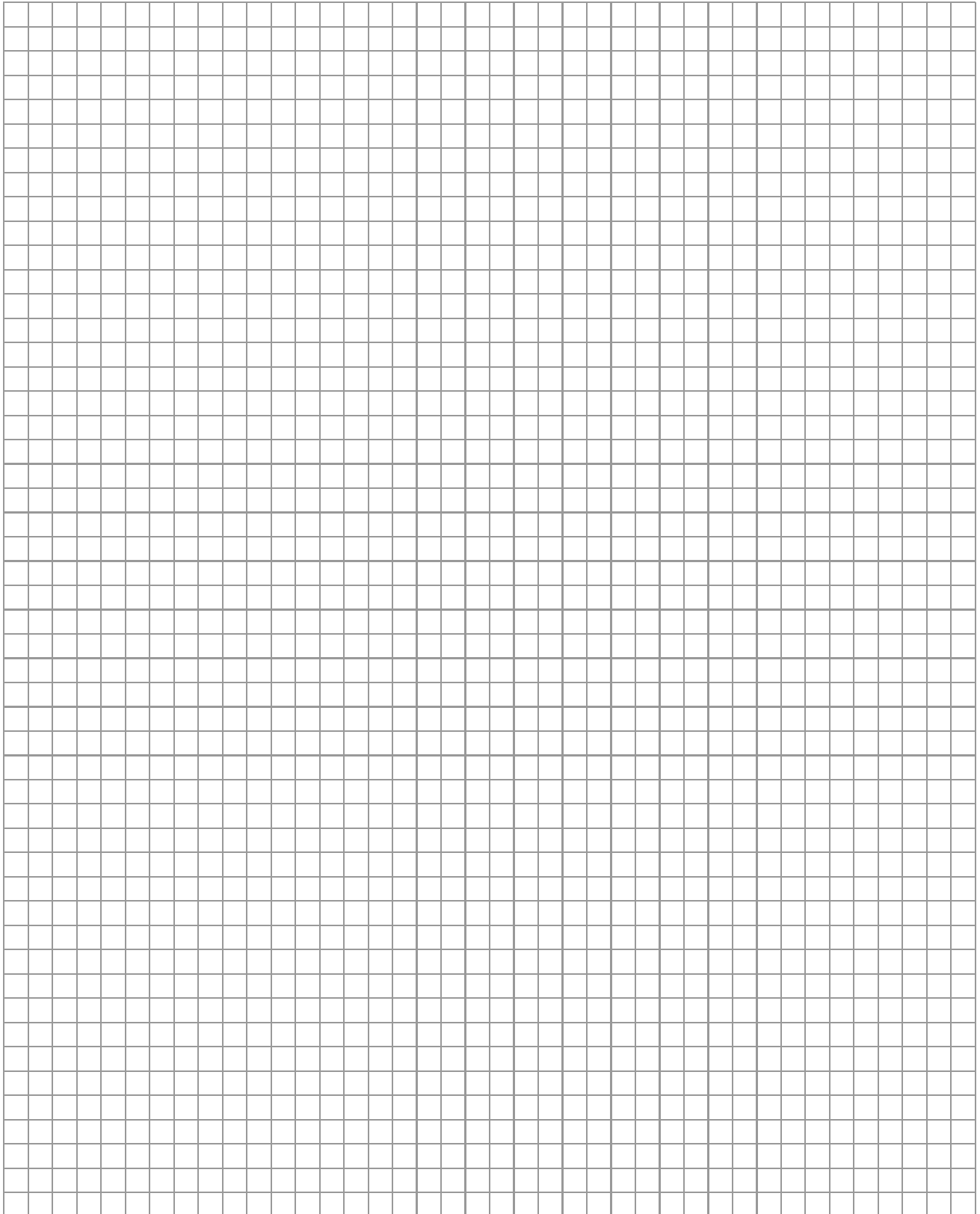


Aufgabe 2

Löse folgende Gleichungen nach der jeweiligen Unbekannten auf. Gib das Ergebnis als ganze Zahl oder als vollständig gekürzten Bruch an.

(a) $2k - \frac{5 \cdot (2 - k)}{2} - \frac{3 + k}{5} = 3$

(b) $1 - x^3 + x \cdot (1 - 2x^2) = 3 \cdot (x - x^3)$



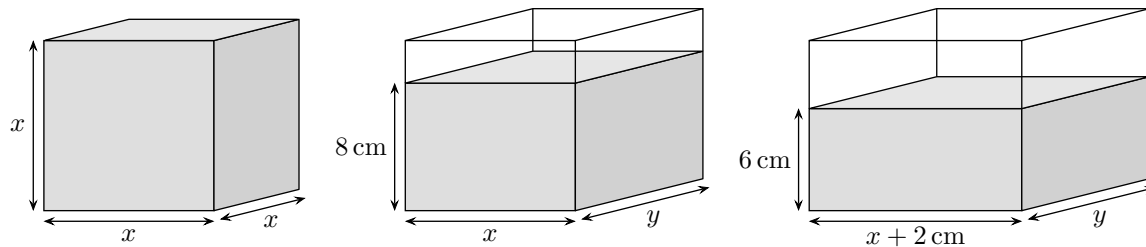
Aufgabe 3

Ein Plexiglaswürfel der Seitenlänge x ist vollständig mit Wasser gefüllt, siehe das linke Bild.

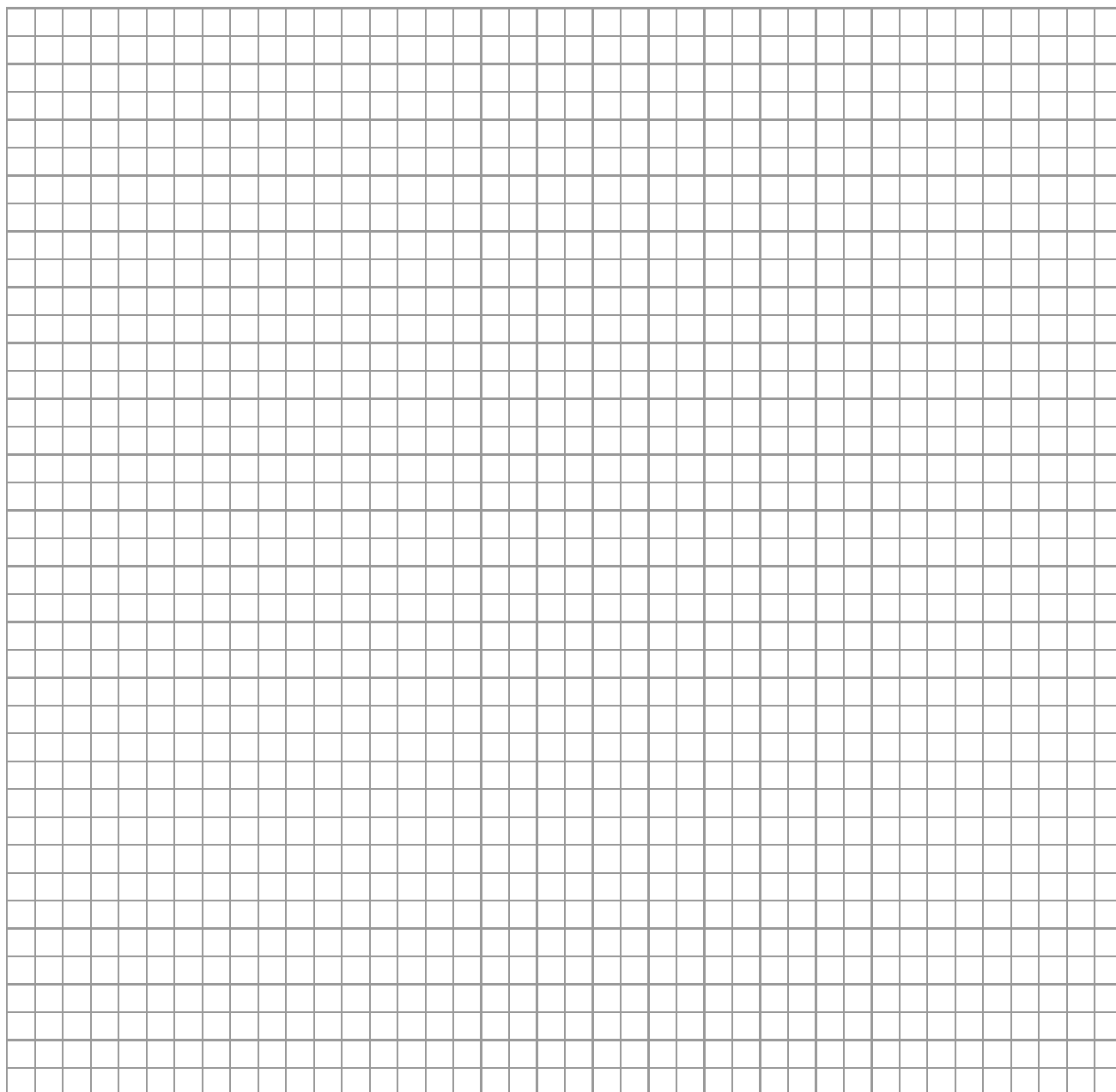
Nun wird das Wasser umgegossen in einen Quader der Breite x und der Länge y . Hier steht das Wasser 8 cm hoch, siehe das mittlere Bild.

Erneut wird das Wasser umgegossen, nun in einen Quader der Breite $x + 2$ cm und der Länge y . Jetzt steht das Wasser 6 cm hoch, siehe das rechte Bild.

Die Bilder sind massstäblich nicht korrekt.



Bestimme aus diesen Angaben die Längen x und y , sowie das Volumen des Wassers.



Aufgabe 4

Hier sind drei Zahlen mit ihren Primfaktorzerlegungen:

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

Diese können in den folgenden Teilaufgaben verwendet werden.

- (a) Bestimme die Primfaktorzerlegung der Zahl 2100.

Eine Zahl n erfüllt folgende zwei Eigenschaften:

$$(1) \quad \text{ggT}(n, 90) = 30$$

$$(2) \quad \text{kgV}(n, 300) = 2100$$

- (b) Kreuze an, welche der folgenden Aussagen richtig und welche falsch sind.

richtig	falsch	Aussage
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Parabel.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ hat zwei Nullstellen.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist symmetrisch zur y-Achse.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Gerade.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Ellipse.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Hyperbel.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Sinuskurve.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Cosinusfunktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Tangensfunktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Cotangensfunktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Exponentialfunktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Logarithmusfunktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Potenzfunktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Wurzelfunktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Bruchfunktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Irrationalfunktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Transzendentfunktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Algebrafunktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Polynomfunktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Linearfunktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Quadratische Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Kubische Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Quartische Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Quintische Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Sechste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Siebte Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Achte Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Neunte Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Zehnte Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Elfte Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Zwölfte Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Dreizehnte Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Vierzehnte Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Fünfzehnte Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Sechzehnte Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Siebzehnte Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Achtzehnte Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Neunzehnte Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Zwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Einundzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Zweiundzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Dreiundzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Vierundzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Fünfundzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Sechsendzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Siebendzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Achtendzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Neundzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Zehneundzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Elfeundzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Zwölfeundzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Dreizehneundzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Vierzehneundzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Fünfzehneundzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Sechzehneundzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Siebzehneundzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Achtzehneundzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Neunzehneundzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Zwanzigsteundzwanzigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Einunddreißigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Zweiunddreißigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Dreiunddreißigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Vierunddreißigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Fünfunddreißigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Sechsenddreißigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Siebenddreißigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Achtenddreißigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Neunddreißigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Zehneunddreißigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Elfeunddreißigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Zwölfeunddreißigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Dreizehneunddreißigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Vierzehneunddreißigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Fünfzehneunddreißigste Funktion.
		Die Funktion $f(x) = 2x^2 + 3x - 5$ ist eine Sechzehneunddreißigste Funktion.
	</	

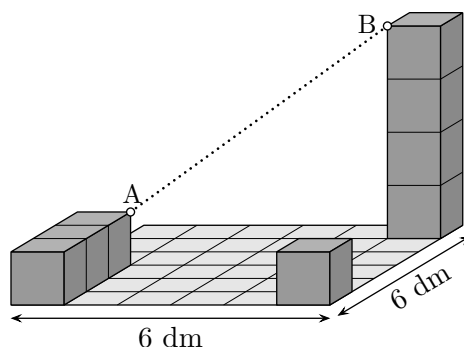
- | | | |
|--------------------------|--------------------------|----------------------------------|
| ☐ | ☐ | Die Zahl n ist durch 3 teilbar |
| ☐ | ☐ | Die Zahl n ist durch 6 teilbar |
| ☐ | ☐ | Die Zahl n ist durch 7 teilbar |
| ☐ | ☐ | Die Zahl n ist durch 9 teilbar |

- (c) Gib von jeder möglichen Zahl n mit den zwei Eigenschaften (1) und (2) die Primfaktorzerlegung an.

[illegible]

Aufgabe 5

Die folgende Figur zeigt ein Brett der Grösse $6\text{ dm} \times 6\text{ dm}$. Darauf wurden zwei Würfelkörper und ein weiteres Würfelchen platziert.

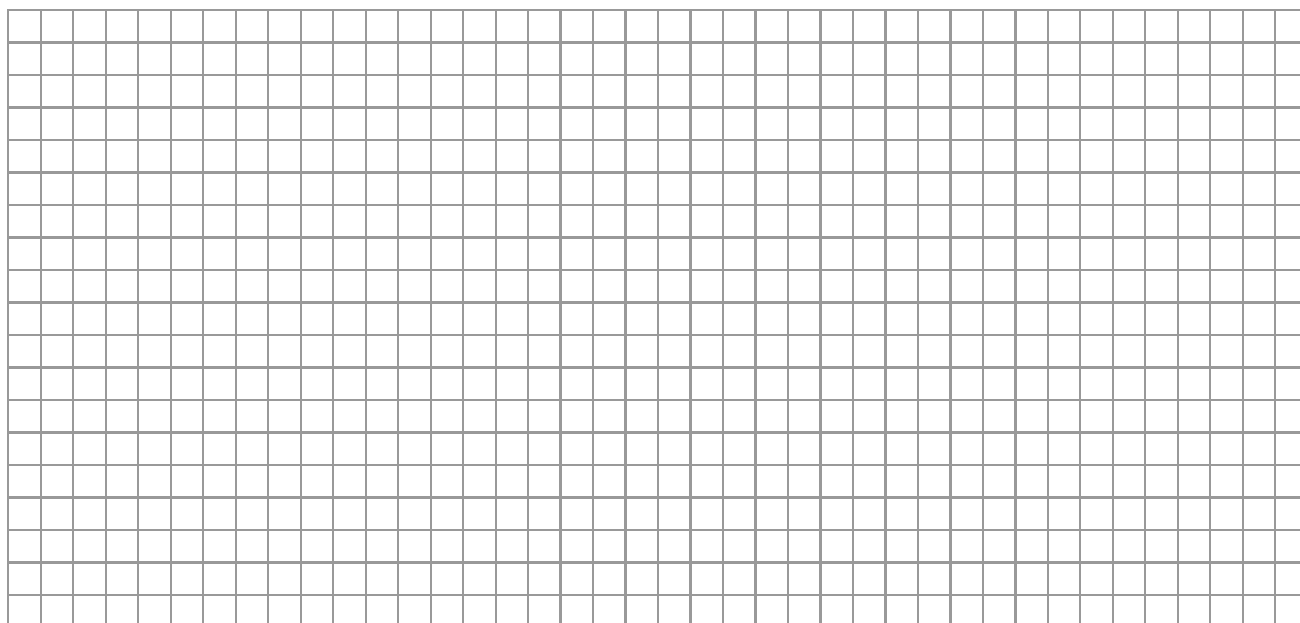
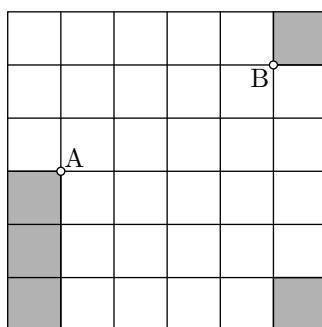


An den zwei Würfelkörpern ist je ein Punkt, A bzw. B , markiert.

- Berechne die Länge der Strecke $\overline{AB}$.
- Das einzelne Würfelchen erfüllt die folgende Bedingung (*):

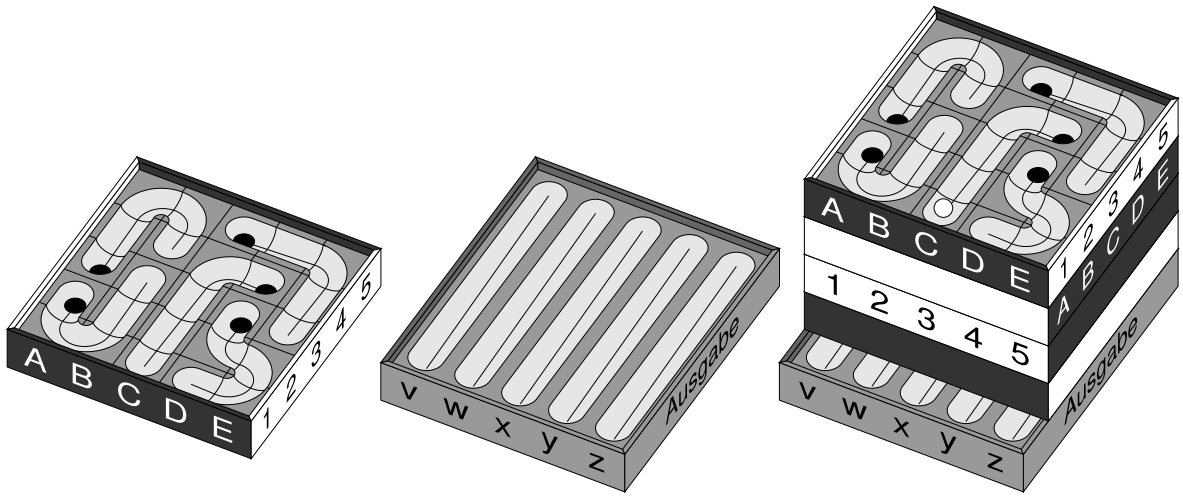
(*) Der Abstand von jeder Ecke des Würfelchens zu A ist grösser oder gleich 3 dm .

Das Würfelchen soll auf ein anderes Feld verschoben werden, wo die Bedingung (*) auch erfüllt ist. Kreuze im folgenden Plan des Bodens alle möglichen Felder an.



Aufgabe 6

Die linke Figur zeigt ein Brett mit Rinnen und Löchern. Vier identische solche Bretter werden verdreht aufeinander und auf das Ausgabebrett (mittlere Figur) gestapelt. So entsteht ein Turm (rechte Figur). Beachte, dass jedes Brett nur an den zwei Stirnseiten beschriftet ist, die in der linken Figur sichtbar sind.



Nun wird eine Kugel in das Feld **C1** gelegt, siehe die Figur rechts. Die Kugel rollt in der Rinne nach **D4** und fällt dort in die Rinne des darunterliegenden Bretts. Dies notiert man so: **C1** → **D4** ↓.

Gib in der folgenden Zeile an, wie die Kugel weiterrollt bis und mit dem Buchstaben des Ausgabeschachts:

C1 → D4 ↓ _____

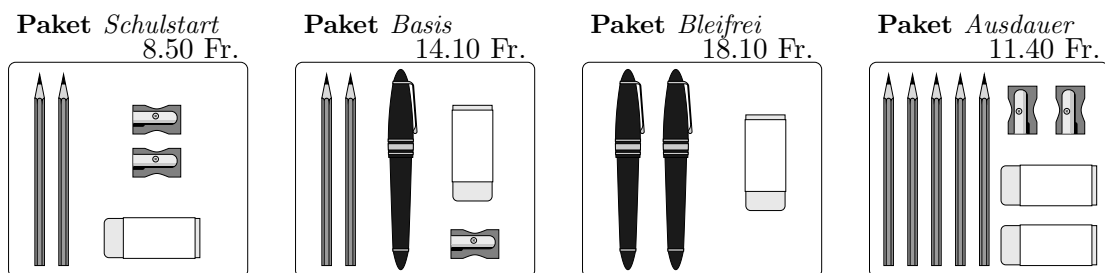
A full-page sheet of white graph paper with a light gray grid. The grid consists of small squares, approximately 10 units wide by 10 units high. There are no margins or additional markings on the page.

Aufgabe 7

Philipp hilft in der Papeterie seiner Eltern. Aus dem Laden hat er die folgenden vier Produkte verwendet: Bleistift, Radiergummi, Spitzer und Füllfeder.

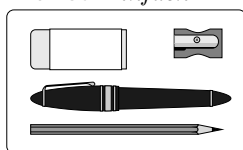


Mit diesen vier Produkten hat Philipp verschiedene Pakete zum Schulanfang zusammengestellt. Der Preis jedes Pakets setzt sich als Summe aus den Preisen der einzelnen Produkte zusammen.

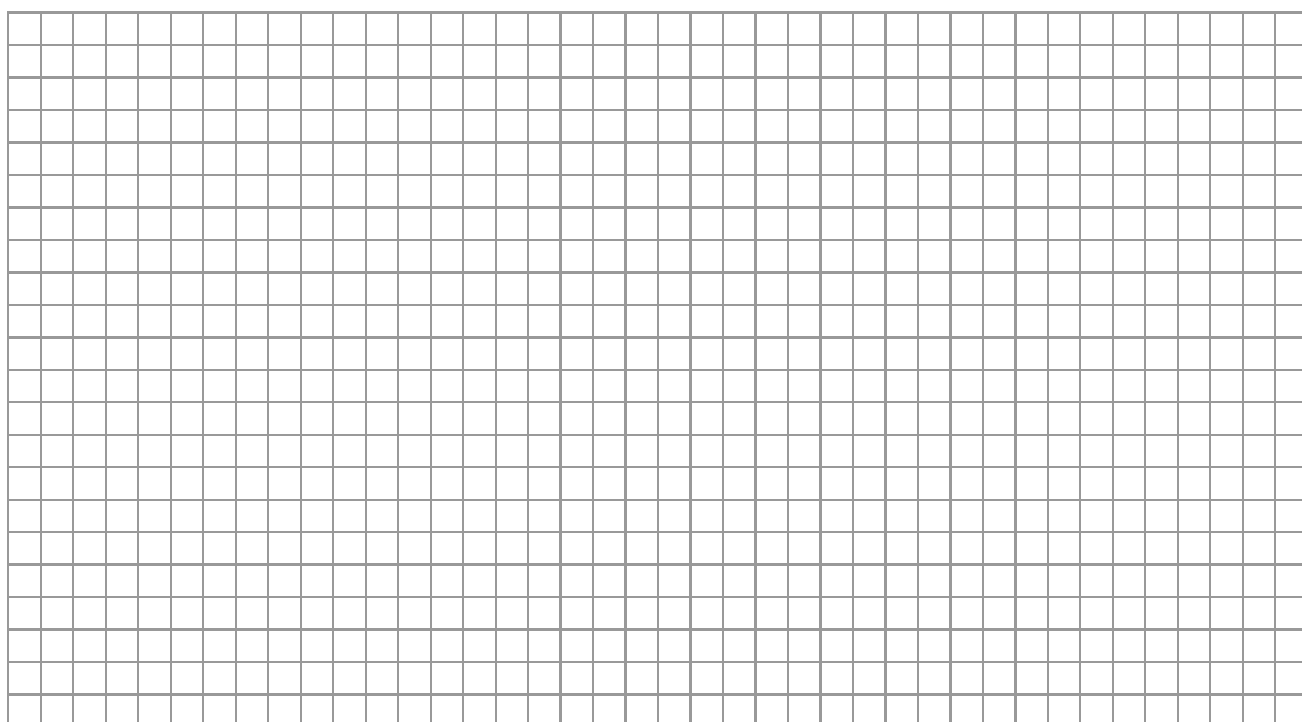


- (a) Kauft man ein Paket *Schulstart* und ein Paket *Bleifrei*, so hat man von jedem Produkt zwei Stück. Wie teuer ist daher das folgende Paket?

Paket Einfach



- (b) Berechne den Preis eines Bleistifts durch Vergleich des Pakets *Einfach* mit einem anderen Paket.
- (c) Bestimme den Preis der restlichen drei Produkte.



Aufgabe 8

Susi, Elsa und Hanna betrachten dieselbe ganze Zahl z .

Eine von ihnen sagt immer die Wahrheit, eine andere nie. Die dritte Person sagt manchmal die Wahrheit und manchmal nicht.

Susi sagt:

- (S1) z ist keine Primzahl.
- (S2) z ist durch 4 teilbar.
- (S3) Alles, was Hanna sagt, ist richtig.

Elsa sagt:

- (E1) z ist durch 2 teilbar.
 (E2) z ist grösser als 20.
 (E3) z ist kleiner als 10.

Hanna sagt:

- (H1) z ist durch 5 teilbar.
- (H2) z ist das Produkt zweier Primzahlen.
- (H3) Alles, was Elsa sagt, ist falsch.

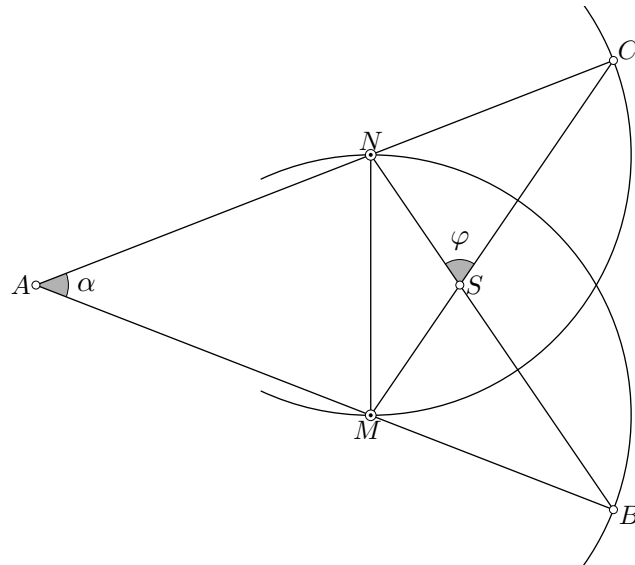
Beantworte auf Grund dieser Information die folgenden Fragen:

- (a) Wer sagt immer die Wahrheit, wer nie und wer ist die dritte Person?
- (b) Welche Zahl betrachten die drei.
- (c) Welche von den Aussagen der dritten Person sind richtig, welche falsch.

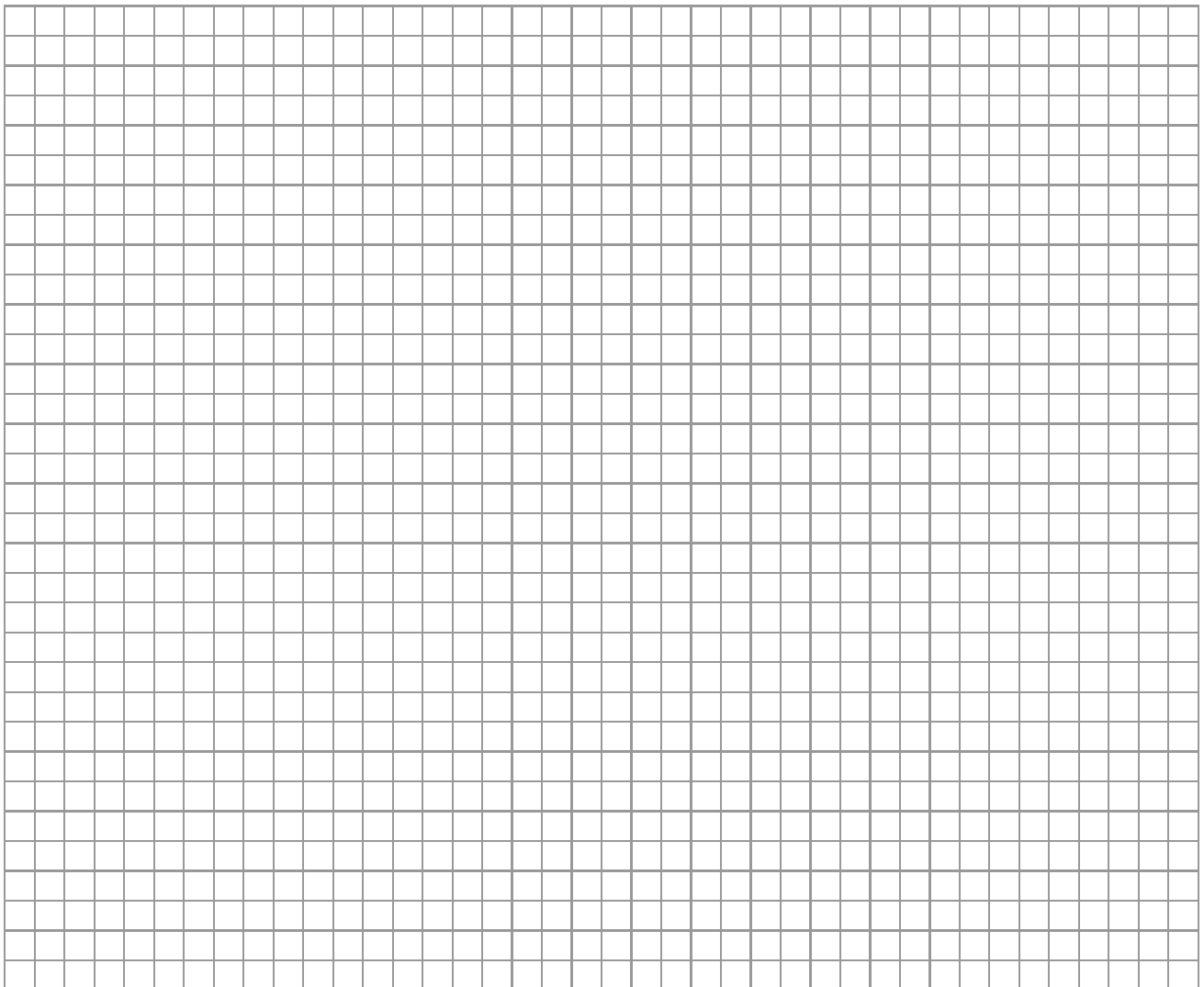
A full-page sheet of white graph paper with a light gray grid. The grid consists of small squares, approximately 10 units wide by 10 units high. There are no margins or additional markings on the page.

Aufgabe 9

Das Dreieck AMN ist gleichschenkelig mit $\overline{AM} = \overline{AN}$. Nun wird $\overline{MN}$ gemäss der folgenden Figur abgetragen. So entstehen die Ecken B und C .

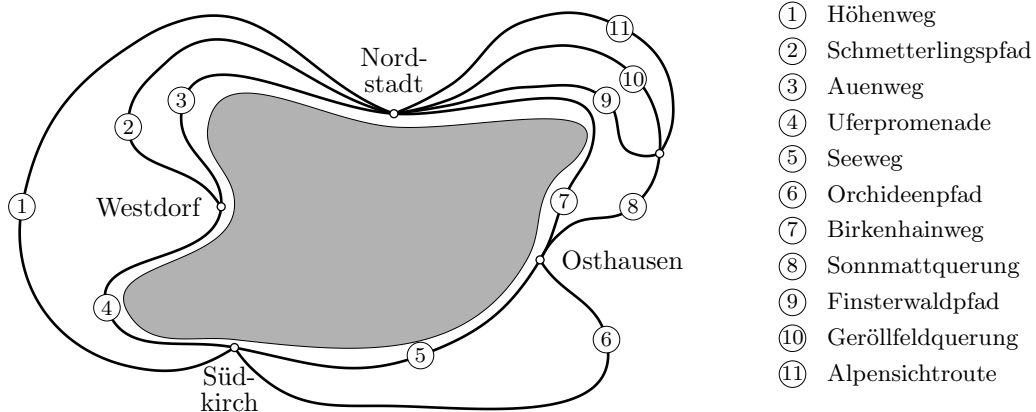


- In dieser Teilaufgabe ist $\alpha = 46^\circ$. Berechne den Winkel φ .
- Wie gross muss α gewählt werden, damit $\varphi = 2\alpha$ gilt?



Aufgabe 10

Vier Ortschaften, Nordstadt, Südkirch, Westdorf und Osthausen, liegen am Ufer eines Sees. Die Karte zeigt Wanderwege zwischen diesen Ortschaften.

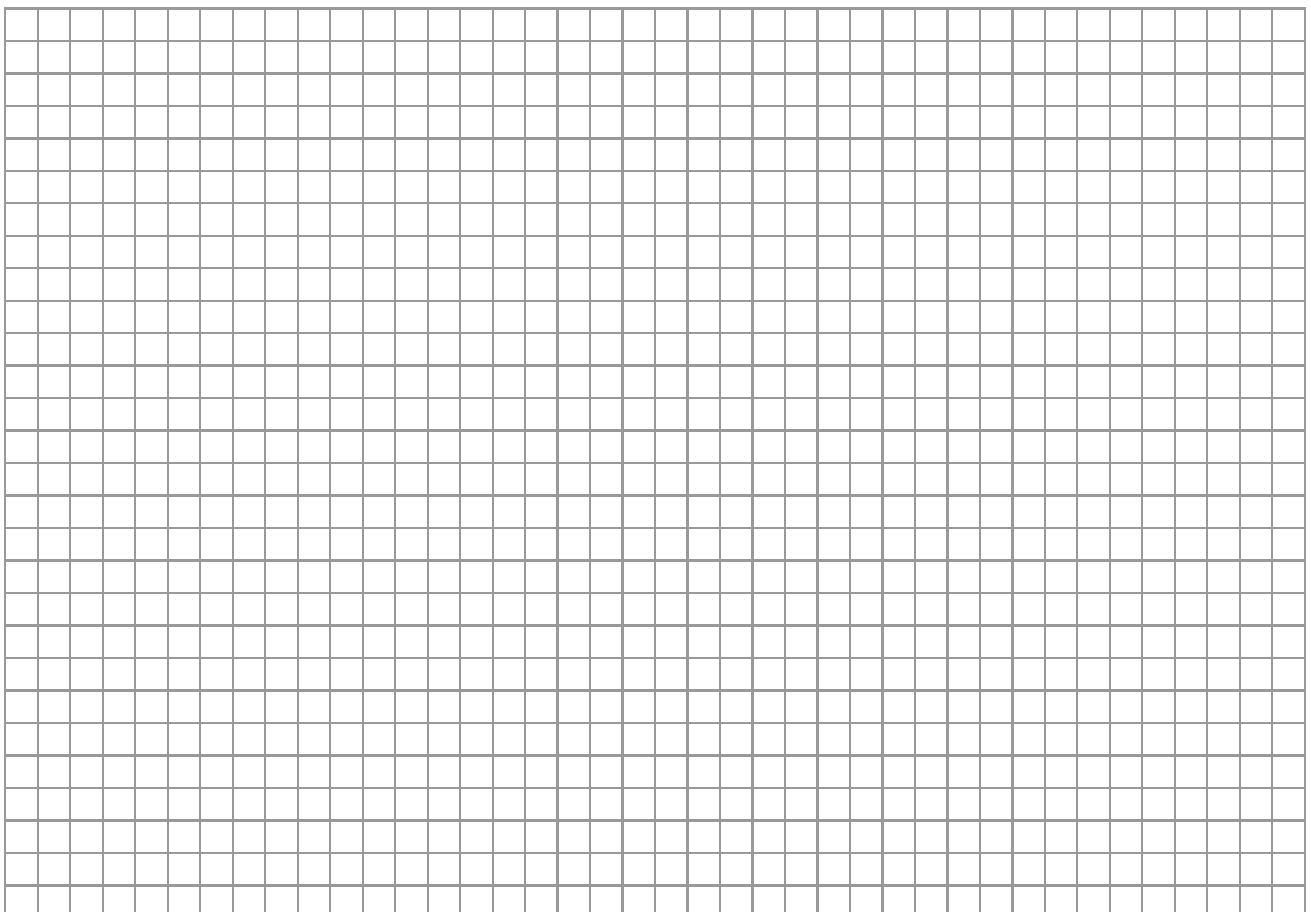


- (a) Wie viele Wanderrouen gibt es von Südkirch nach Nordstadt?
- (b) Auf wie viele Arten kann eine Rundwanderung im Gegenuhrzeigersinn von Südkirch nach Südkirch geplant werden, die durch alle vier Ortschaften führt?



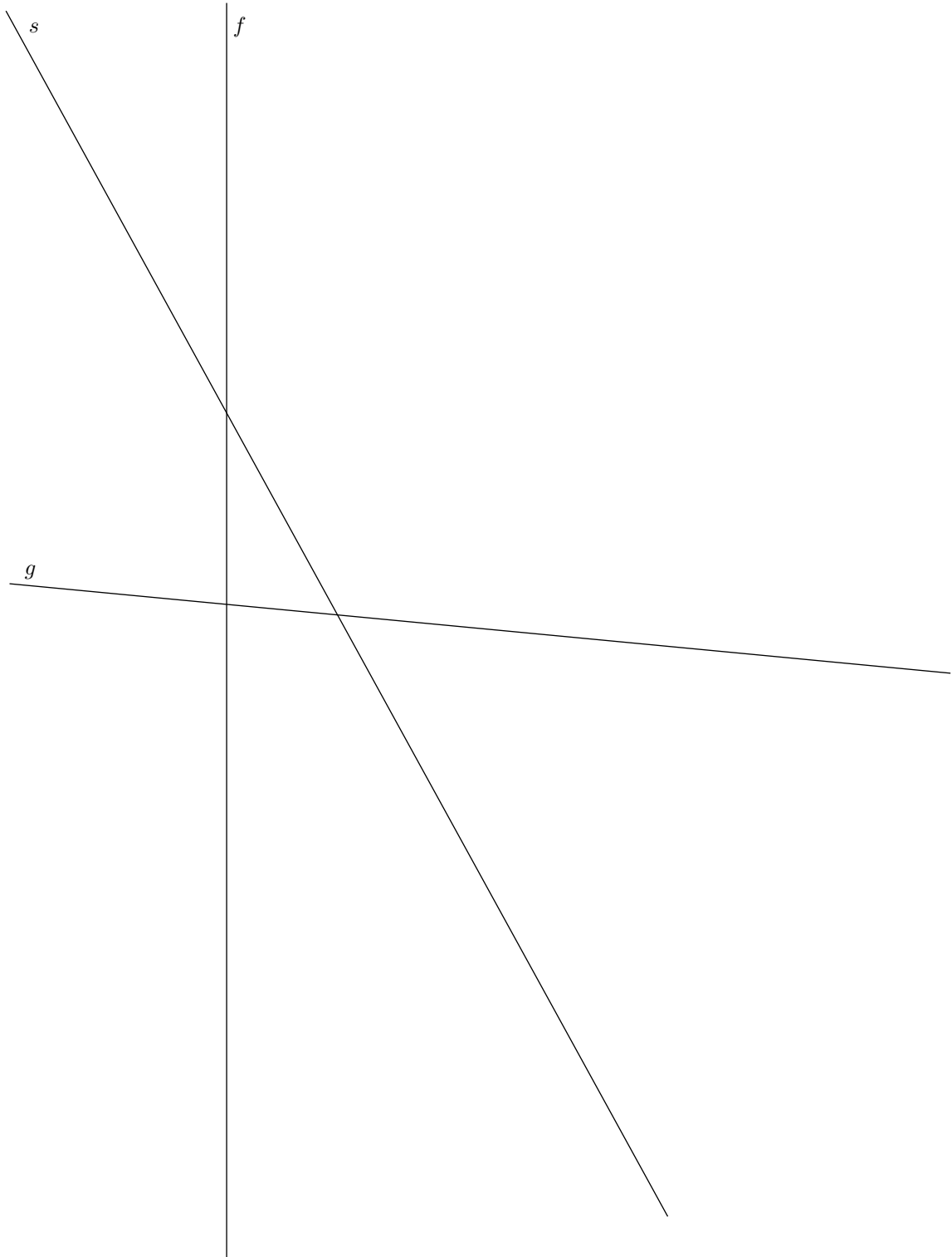
Gegenuhrzeigersinn

- (c) Eine Gruppe plant eine Wanderung von Südkirch nach Südkirch, die den See zweimal in dieselbe Richtung (im Gegenuhrzeigersinn) umrundet. Dabei möchten sie keine Wegstrecke zweimal begehen. Wie viele Wanderrouen gibt es?



Aufgabe 11

Gegeben sind drei Geraden: s , f und g . Gesucht ist ein gleichschenkliges Dreieck ABC (mit $\overline{CA} = \overline{CB}$) mit der Höhe $h_c = 8\text{ cm}$ und der Symmetrieachse s , sodass die Ecke A auf f und eine andere Ecke auf g liegt. Konstruiere drei Lösungen.



Lies den folgenden Artikel sorgfältig durch und beantworte danach die untenstehenden Fragen.

Wenn wir in einem Einkaufsladen Produkte kaufen, wird häufig ein Strichcode eingelesen. Das Produkt wird damit identifiziert und im System wird dessen Preis abgerufen und dem Kunden verrechnet. Hier der Strichcode von *Die Butter 250g*:



Die ersten drei Ziffern der EAN geben das Herkunftsland an. Die folgende Tabelle zeigt einige der Ländercodes.

Ländercode	Land
100 – 139	USA
300 – 379	Frankreich, Monaco
400 – 440	Deutschland
500 – 509	United Kingdom
600 – 601	Südafrika
700 – 709	Norwegen
760 – 769	Schweiz
800 – 839	Italien, San Marino, Vatikan

761012873712

761012873712 **7** ←Prüfziffer

$$\begin{array}{cccccccccccc} & 7 & 6 & 1 & 0 & 1 & 2 & 8 & 7 & 3 & 7 & 1 & 2 \\ a = & 7 & + & 1 & + & 1 & + & 8 & + & 3 & + & 1 & = 21 \\ b = & & 6 & + & 0 & + & 2 & + & 7 & + & 7 & + & 2 = 24 \end{array}$$

Daraus wird die Summe $s = a + 3 \cdot b = 21 + 3 \cdot 24 = 93$ gebildet. Die Prüfziffer p ist diejenige Ziffer, bei der $s + p$ durch 10 teilbar wird. Bei *Die Butter* ist $p = 7$, da $93 + 7 = 100$ durch 10 teilbar ist.

- (a) Bei dem Code rechts fehlt die Prüfziffer. Berechne diese.

[illegible]

- (b) Bei dem Code rechts ist die erste Ziffer unlesbar. Berechne aus welchem Land das Produkt stammt.

[illegible]

[illegible]

Aufgabe 1 [4P]

Löse die Klammern auf und fasse so weit wie möglich zusammen:

[1 P]

(a) $3x - (5 + x) + [5 - x - (2 - y + x)]$

Fasse zusammen und schreibe vollständig gekürzt.

[1 P]

(b) $\frac{4a}{3} + \frac{a}{12} - \frac{2a}{9}$

[1 P]

(c) $\frac{14 \cdot p^2 \cdot q}{3 \cdot r} \cdot \frac{15 \cdot p}{7 \cdot q^3 \cdot r}$

Berechne

[1 P]

(d) $30\,000\text{ cm}^3 + 0.5\text{ m}^3 = \underline{\hspace{2cm}}\text{ dm}^3$ (=Liter)

(a)

$$\begin{aligned} 3x - (5 + x) + [5 - x - (2 - y + x)] &= 3x - 5 - x + 5 - x - (2 - y + x) \\ &= x - 2 + y - x \\ &= \underline{\underline{y - 2.}} \end{aligned}$$

[1 P]

(b)

$$\begin{aligned} \frac{4a}{3} + \frac{a}{12} - \frac{2a}{9} &= \frac{48a + 3a - 8a}{36} \\ &= \underline{\underline{\frac{43a}{36}}}. \end{aligned}$$

[1 P]

(c)

$$\begin{aligned} \frac{14 \cdot p^2 \cdot q}{3 \cdot r} \cdot \frac{15 \cdot p}{7 \cdot q^3 \cdot r} &= \frac{14 \cdot p^2 \cdot q \cdot 15 \cdot p}{3 \cdot r \cdot 7 \cdot q^3 \cdot r} \\ &= \underline{\underline{\frac{10p^3}{q^2r^2}}}. \end{aligned}$$

[1 P]

(d)

$$\begin{aligned} 30\,000\text{ cm}^3 &= 30\text{ dm}^3 \\ 0.5\text{ m}^3 &= 500\text{ dm}^3 \\ 30\,000\text{ cm}^3 + 0.5\text{ m}^3 &= \underline{\underline{530\text{ dm}^3}} \end{aligned}$$

[1 P]

Aufgabe 2 [4P]

Löse folgende Gleichungen nach der jeweiligen Unbekannten auf. Gib das Ergebnis als ganze Zahl oder als vollständig gekürzten Bruch an.

$$(a) \quad 2k - \frac{5 \cdot (2 - k)}{2} - \frac{3 + k}{5} = 3 \quad [2 \text{ P}]$$

$$(b) \quad 1 - x^3 + x \cdot (1 - 2x^2) = 3 \cdot (x - x^3) \quad [2 \text{ P}]$$

(a)

$$\begin{array}{rcl}
 2k - \frac{5 \cdot (2 - k)}{2} - \frac{3 + k}{5} & = & 3 \quad | \text{ TU} \\
 2k - \frac{10 - 5k}{2} - \frac{3 + k}{5} & = & 3 \quad | \cdot 10 \\
 20k - (50 - 25k) - (6 + 2k) & = & 30 \quad | \text{ TU} \\
 20k - 50 + 25k - 6 - 2k & = & 30 \quad | \text{ TU} \\
 43k - 56 & = & 30 \quad | +56 \\
 43k & = & 86 \quad | \div 43 \\
 k & = & \underline{\underline{2}}
 \end{array} \quad [2 \text{ P}]$$

(b)

$$\begin{array}{rcl}
 1 - x^3 + x \cdot (1 - 2x^2) & = & 3 \cdot (x - x^3) \quad | \text{ TU} \\
 1 - x^3 + x - 2x^3 & = & 3x - 3x^3 \quad | \text{ TU} \\
 1 + x - 3x^3 & = & 3x - 3x^3 \quad | -x + 3x^3 \\
 1 & = & 2x \quad | \div 2 \\
 x & = & \underline{\underline{\frac{1}{2}}}
 \end{array} \quad [2 \text{ P}]$$

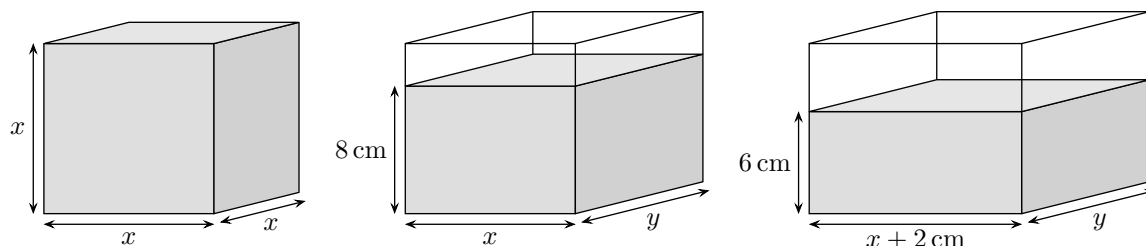
Aufgabe 3 [4P]

Ein Plexiglaswürfel der Seitenlänge x ist vollständig mit Wasser gefüllt, siehe das linke Bild.

Nun wird das Wasser umgegossen in einen Quader der Breite x und der Länge y . Hier steht das Wasser 8 cm hoch, siehe das mittlere Bild.

Erneut wird das Wasser umgegossen, nun in einen Quader der Breite $x + 2$ cm und der Länge y . Jetzt steht das Wasser 6 cm hoch, siehe das rechte Bild.

Die Bilder sind massstäblich nicht korrekt.



Bestimme aus diesen Angaben die Längen x und y , sowie das Volumen des Wassers.

Aus der Gleichheit des Wasservolumens zwischen den ersten zwei Figuren gilt:

$$x^3 = 8xy.$$

Aus der Gleichheit des Wasservolumens der zweiten und dritten Figur ergibt sich

$$8xy = 6(x + 2)y$$

Diese Gleichung lässt sich umformen: $8xy = 6(x + 2)y \quad | \div y$

$$8x = 6(x + 2) \quad | \text{ TU}$$

$$8x = 6x + 12 \quad | -6x$$

$$2x = 12 \quad | \div 2$$

$$x = 6.$$

[2 P]

Es gilt also $x = \underline{\underline{6 \text{ cm}}}$. Und somit folgt aus der ersten Gleichung $y = \frac{x^3}{8x} = \frac{x^2}{8} = \frac{36}{8} = 4.5$. Das heisst $y = \underline{\underline{4.5 \text{ cm}}}$. [1 P]

Das Wasservolumen ist somit $(6 \text{ cm})^3 = \underline{\underline{216 \text{ cm}^3}}$. [1 P]

Aufgabe 4 [4P]

Hier sind drei Zahlen mit ihren Primfaktorzerlegungen:

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$$

Diese können in den folgenden Teilaufgaben verwendet werden.

- (a) Bestimme die Primfaktorzerlegung der Zahl 2100.

[1 P]

$$2100 = 3 \cdot 700 = 3 \cdot 7 \cdot 100 = 3 \cdot 7 \cdot 10^2 = 3 \cdot 7 \cdot 2^2 \cdot 5^2 = \underline{\underline{2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7}}$$

Eine Zahl n erfüllt folgende zwei Eigenschaften:

$$(1) \quad \text{ggT}(n, 90) = 30$$

$$(2) \quad \text{kgV}(n, 300) = 2100$$

- (b) Kreuze an, welche der folgenden Aussagen richtig und welche falsch sind.

[1 P]

richtig falsch Aussage

- | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|
| ☒ | ☐ | Die Zahl n ist durch 3 teilbar |
| ☒ | ☐ | Die Zahl n ist durch 6 teilbar |
| ☒ | ☐ | Die Zahl n ist durch 7 teilbar |
| ☐ | ☒ | Die Zahl n ist durch 9 teilbar |

- (c) Gib von jeder möglichen Zahl n mit den zwei Eigenschaften (1) und (2) die Primfaktorzerlegung an.

[2 P]

Die Primfaktorzerlegung von n beinhaltet den Faktor 2 oder 2^2 aber nicht 2^3 . Ebenso enthält sie den Faktor 5 oder 5^2 aber nicht 5^3 . Weiter muss sie die Faktoren 3 und 7 enthalten und kann keine weiteren Primfaktoren ausser den bereits erwähnten enthalten.

Somit ist n eine der folgenden Zahlen:

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 (= 210)$$

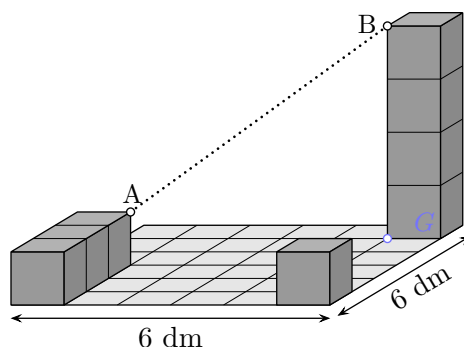
$$2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 (= 420)$$

$$2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 (= 1050)$$

$$2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7 (= 2100)$$

Aufgabe 5 [4P]

Die folgende Figur zeigt ein Brett der Grösse $6\text{ dm} \times 6\text{ dm}$. Darauf wurden zwei Würfelkörper und ein weiteres Würfelchen platziert.



An den zwei Würfelkörpern ist je ein Punkt, A bzw. B , markiert.

(a) Berechne die Länge der Strecke $\overline{AB}$.

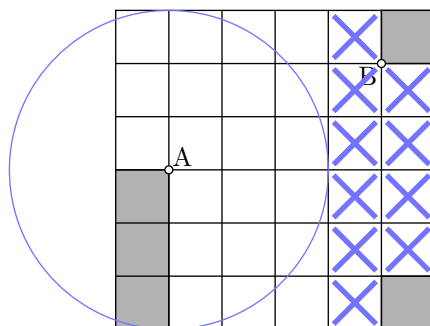
[1 P]

(b) Das einzelne Würfelchen erfüllt die folgende Bedingung (*):

(*) Der Abstand von jeder Ecke des Würfelchens zu A ist grösser oder gleich 3 dm .

Das Würfelchen soll auf ein anderes Feld verschoben werden, wo die Bedingung (*) auch erfüllt ist. Kreuze im folgenden Plan des Bodens alle möglichen Felder an.

[3 P]



(a) B liegt 4 Einheiten rechts von, 3 über und 2 Einheiten hinter A . Somit gilt

$$AB = \sqrt{4^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 9 + 4} = \underline{\underline{\sqrt{29}\text{dm}}} (\approx 5.39\text{ dm}).$$

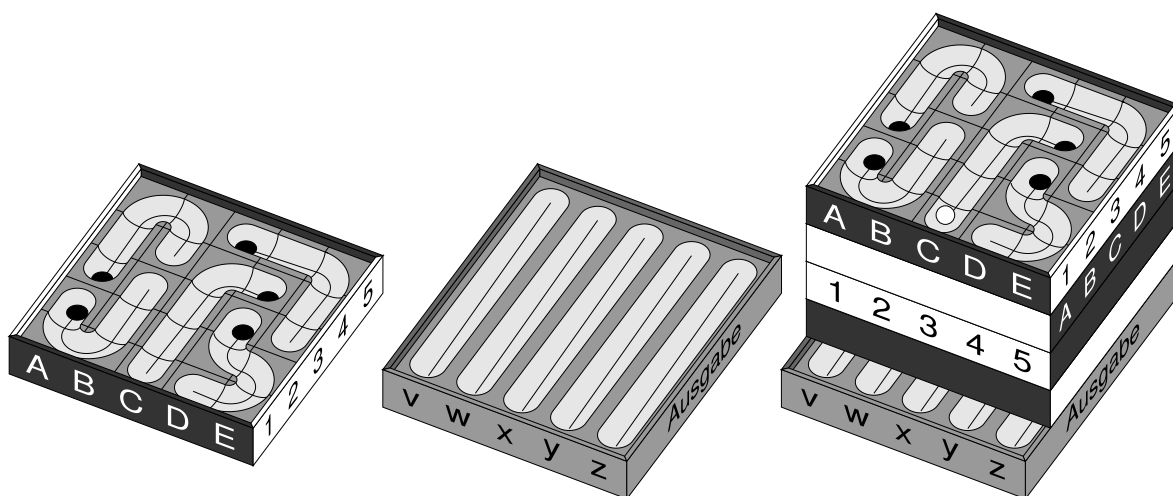
[1 P]

(b) Die Bedingung «Jede Ecke C des Würfelchens erfüllt $AC \geq 3$ » bedeutet: «die *am nächsten* bei A liegende Ecke C erfüllt $AC \geq 3$. Dazu müssen nur die Ecken auf Höhe 1 über Boden betrachtet werden. Der Kreis k_1 hat Radius 3. Das Würfelchen muss also ausserhalb k_1 liegen.

[3 P]

Aufgabe 6 [4P]

Die linke Figur zeigt ein Brett mit Rinnen und Löchern. Vier identische solche Bretter werden verdreht aufeinander und auf das Ausgabebrett (mittlere Figur) gestapelt. So entsteht ein Turm (rechte Figur). Beachte, dass jedes Brett nur an den zwei Stirnseiten beschriftet ist, die in der linken Figur sichtbar sind.



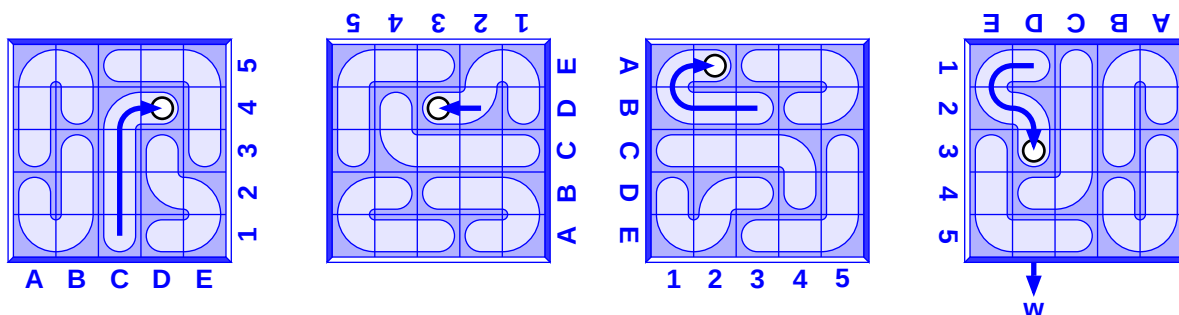
Nun wird eine Kugel in das Feld **C1** gelegt, siehe die Figur rechts. Die Kugel rollt in der Rinne nach **D4** und fällt dort in die Rinne des darunterliegenden Bretts. Dies notiert man so: **C1** → **D4** ↓.

Gib in der folgenden Zeile an, wie die Kugel weiterrollt bis und mit dem Buchstaben des Ausgabeschachts:

C1 → **D4** ↓ **D2** → **D3** ↓ **B3** → **A2** ↓ **D1** → **D3** ↓ **w**

[4P]

Die folgende Figur zeigt, wie die Kugel von oben nach unten durch die 4 Bretter und schliesslich in die Ausgabe rollt.

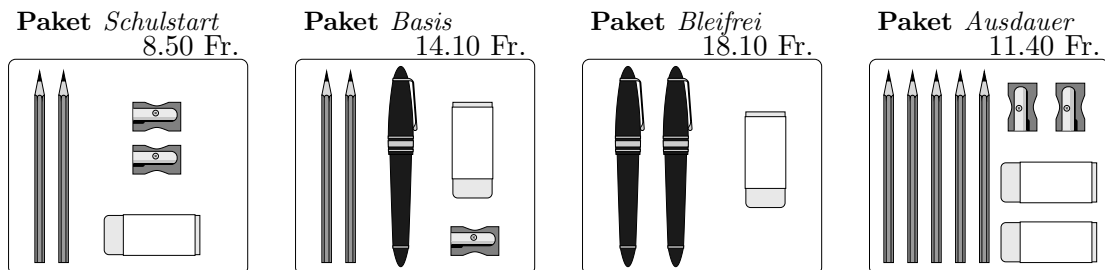


Aufgabe 7 [4P]

Philipp hilft in der Papeterie seiner Eltern. Aus dem Laden hat er die folgenden vier Produkte verwendet: Bleistift, Radiergummi, Spitzer und Füllfeder.

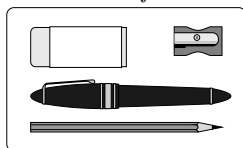


Mit diesen vier Produkten hat Philipp verschiedene Pakete zum Schulanfang zusammengestellt. Der Preis jedes Pakets setzt sich als Summe aus den Preisen der einzelnen Produkte zusammen.



- (a) Kauft man ein Paket *Schulstart* und ein Paket *Bleifrei*, so hat man von jedem Produkt zwei Stück. Wie teuer ist daher das folgende Paket? [1 P]

Paket Einfach



- (b) Berechne den Preis eines Bleistifts durch Vergleich des Pakets *Einfach* mit einem anderen Paket. [1 P]

- (c) Bestimme den Preis der restlichen drei Produkte. [2 P]

(a) Ein Paket *Schulstart* und ein Paket *Bleifrei* kosten zusammen 26.60. Daher kostet das Paket *Einfach* die Hälfte, also 13.30 Fr. [1 P]

(b) Das Paket *Basis* enthält einen Bleistift mehr und kostet 0.80 Fr. mehr. Daher kostet ein Bleistift 0.80 Fr. [1 P]

(c) Die 5 Bleistifte im Paket *Ausdauer* kosten 4.00 Fr und daher kosten zwei Radiergummi und zwei Spitzer zusammen $11.40 - 4.00 = 7.40$. Ein Radiergummi und ein Spitzer kosten daher 3.70 Fr..

Subtrahiert man dies beim Paket *Basis* zusammen mit zwei Bleistiften, so erhält man den Preis des Füllfeders: 8.80 Fr. Subtrahiert man den Preis von zwei Bleistiften, einem Radiergummi und einem Spitzer bei Paket *Schulstart*, so erhält man den Preis eines Spitzers: 3.20 Fr. [1 P]

Somit ergibt sich der Preis eines Radiergummis als 0.50 Fr. [1 P]

Aufgabe 8 [4P]

Susi, Elsa und Hanna betrachten dieselbe ganze Zahl z .

Eine von ihnen sagt immer die Wahrheit, eine andere nie. Die dritte Person sagt manchmal die Wahrheit und manchmal nicht.

Susi sagt:

- (S1) z ist keine Primzahl.
- (S2) z ist durch 4 teilbar.
- (S3) Alles, was Hanna sagt, ist richtig.

Elsa sagt:

- (E1) z ist durch 2 teilbar.
- (E2) z ist grösser als 20.
- (E3) z ist kleiner als 10.

Hanna sagt:

- (H1) z ist durch 5 teilbar.
- (H2) z ist das Produkt zweier Primzahlen.
- (H3) Alles, was Elsa sagt, ist falsch.

Beantworte auf Grund dieser Information die folgenden Fragen:

(a) Wer sagt immer die Wahrheit, wer nie und wer ist die dritte Person?

[2 P]

(b) Welche Zahl betrachten die drei.

[1 P]

(c) Welche von den Aussagen der dritten Person sind richtig, welche falsch.

[1 P]

(a) Die Aussagen (E2) und (E3) widersprechen sich. Folglich sagt Elsa nicht immer die Wahrheit.

Wenn Susi immer die Wahrheit sagt, so sagt gemäss (S3) auch Hanna immer die Wahrheit. Die Aussagen (H1), (H2) und (S2) widersprechen sich jedoch: Aus (S2) und (H2) folgte, dass $z = 4$, was (H1) widerspricht. Also kann auch Susi nicht die sein, die immer die Wahrheit sagt.

Daher ist Hanna diejenige, die immer die Wahrheit sagt. Gemäss (H3) ist dann Elsa diejenige, die nie die Wahrheit sagt. Die dritte Person ist Susi.

[2 P]

(b) Da Elsa nie die Wahrheit gesagt hat, ist die Zahl z nicht grösser als 20 und nicht kleiner als 10 und nicht teilbar durch 2. Nach Hanna ist sie jedoch teilbar durch 5 und das Produkt zweier Primzahlen.

Nur die Zahl 15 erfüllt alle diese Eigenschaften.

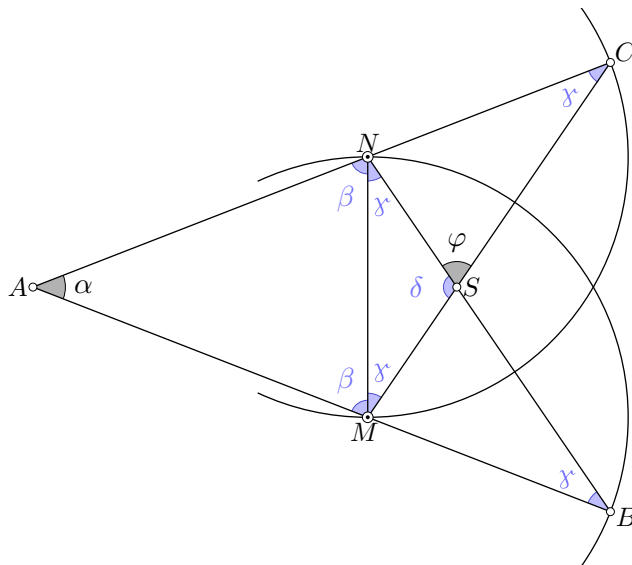
[1 P]

(c) (S1) ist richtig, (S2) ist falsch und (S3) ist richtig.

[1 P]

Aufgabe 9 [4P]

Das Dreieck AMN ist gleichschenkelig mit $\overline{AM} = \overline{AN}$. Nun wird $\overline{MN}$ gemäss der folgenden Figur abgetragen. So entstehen die Ecken B und C .



- (a) In dieser Teilaufgabe ist $\alpha = 46^\circ$. Berechne den Winkel φ .

[2 P]

- (b) Wie gross muss α gewählt werden, damit $\varphi = 2\alpha$ gilt?

[2 P]

(a) Da das Dreieck AMN gleichschenkelig ist, sind die Winkel in diesem Dreieck bei M und bei N gleich gross und daher gleich $\beta = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} = 67^\circ$. Deren Nebenwinkel $\sphericalangle BMN = \sphericalangle CNM$ messen somit $180^\circ - \beta = 113^\circ$.

Die Dreiecke CNM und BMN sind ebenfalls gleichschenkelig und somit messen die vier mit γ bezeichneten Winkel alle $\gamma = 33.5^\circ$.

Nun ergibt sich aus der Winkelsumme im Dreieck NMS , dass $\delta = 180^\circ - 2 \cdot 33.5^\circ = 113^\circ$. Der Winkel φ ist dessen Nebenwinkel und somit gilt $\varphi = 180^\circ - \delta = \underline{\underline{67^\circ}}$.

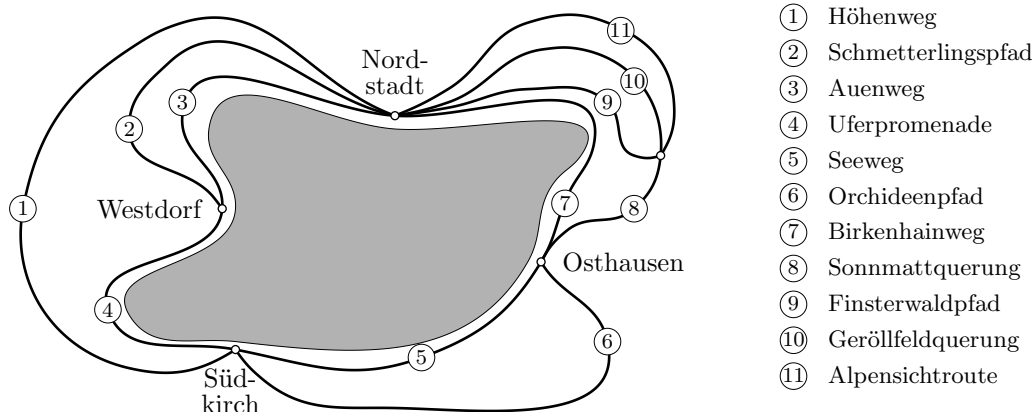
(b) Allgemein gilt $\beta = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ und daher $\sphericalangle BMN = \sphericalangle CNM = 180^\circ - \beta = 180^\circ - 90^\circ + \frac{\alpha}{2} = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$. Daher ist $\gamma = \frac{180^\circ - \sphericalangle BMN}{2} = \frac{180^\circ - 90^\circ - \frac{\alpha}{2}}{2} = 45^\circ - \frac{\alpha}{4}$. Daraus folgt nun $\delta = 180^\circ - 2\gamma = 180^\circ - 90^\circ + \frac{\alpha}{2} = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$ und schliesslich $\varphi = 180^\circ - \delta = 180^\circ - 90^\circ - \frac{\alpha}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$.

Für $\varphi = 2\alpha$ folgt daher die Gleichung

$$\begin{array}{rcl} 2\alpha & = & 90^\circ - \frac{\alpha}{2} \\ \frac{5}{2}\alpha & = & 90^\circ \\ \alpha & = & \underline{\underline{36^\circ}} \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} + \frac{\alpha}{2} \\ \cdot \frac{2}{5} \end{array} \right.$$

Aufgabe 10 [4P]

Vier Ortschaften, Nordstadt, Südkirch, Westdorf und Osthausen, liegen am Ufer eines Sees. Die Karte zeigt Wanderwege zwischen diesen Ortschaften.



- (a) Wie viele Wanderrouen gibt es von Südkirch nach Nordstadt? [1 P]
- (b) Auf wie viele Arten kann eine Rundwanderung im Gegenuhrzeigersinn von Südkirch nach Südkirch geplant werden, die durch alle vier Ortschaften führt? [1 P]
- (c) Eine Gruppe plant eine Wanderung von Südkirch nach Südkirch, die den See zweimal in dieselbe Richtung (im Gegenuhrzeigersinn) umrundet. Dabei möchten sie keine Wegstrecke zweimal begehen. Wie viele Wanderrouen gibt es? [2 P]



Gegenuhrzeigersinn

N = Nordstadt, S = Südkirch, W = Westdorf, O = Osthausen.

(a) rechtsherum (also von S über O nach N): $2 \cdot (1 + 3) = 8$ Möglichkeiten.

linksherum (also von S über W nach N oder direkt von S nach N) $1 \cdot 2 + 1 = 3$.

Insgesamt gibt es $8 + 3 = \underline{11}$ mögliche Wanderrouen von S nach N . [1 P]

(b) Jeder Weg von S nach N (8 Möglichkeiten) kann mit jedem Weg von N über W nach S (es gibt nur 2 Möglichkeiten) kombiniert werden, also $8 \cdot 2 = \underline{16}$. [1 P]

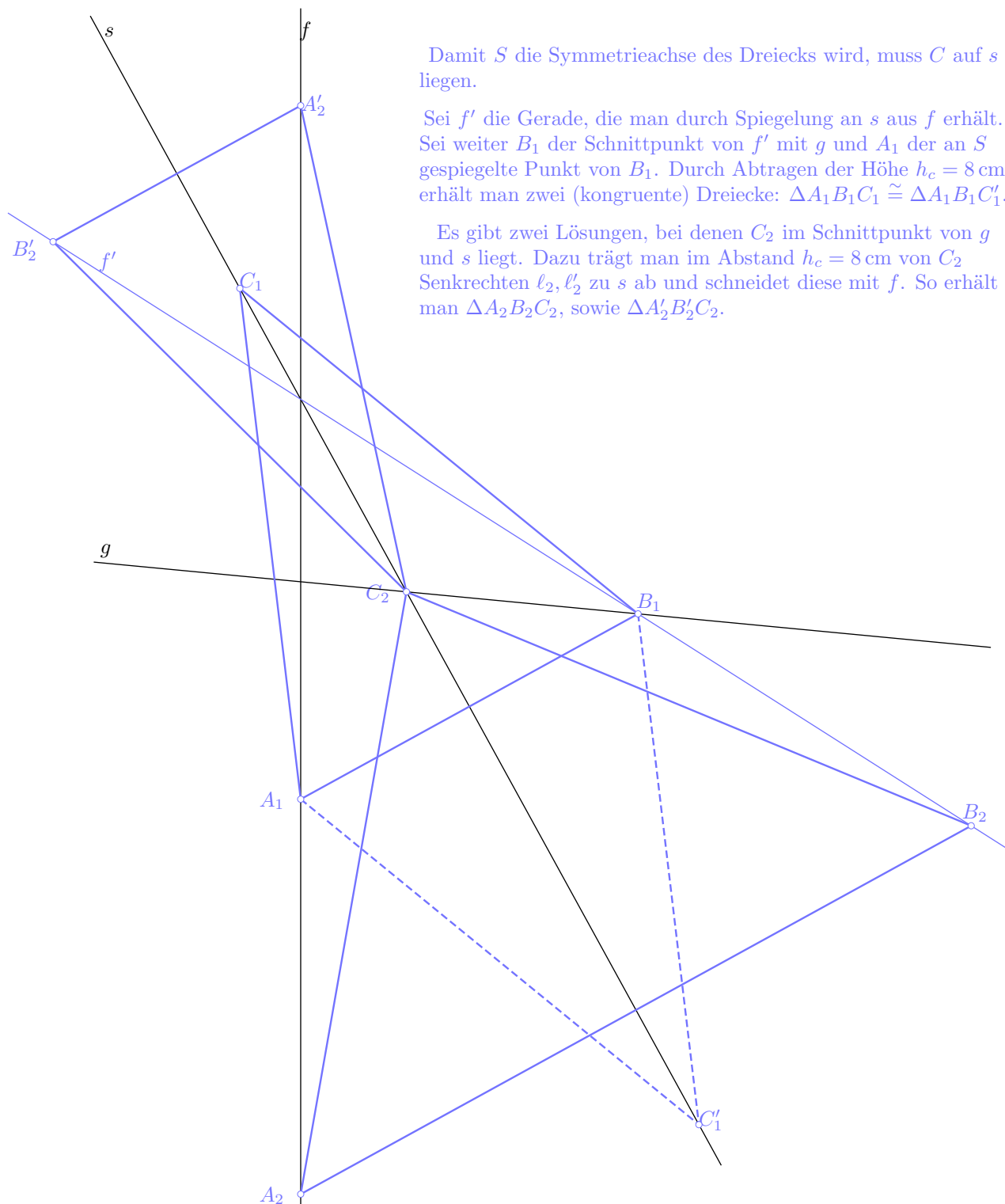
(c) Hier müssen verschiedene Fälle unterschieden werden, je nachdem ob im ersten Durchgang ein äusserer (⑨, ⑩, ⑪ bzw. ①) oder innerer (②, ③ bzw. ⑦) Weg gewählt wurde. Eine Tabelle ist hier hilfreich, dabei steht # für die Anzahl Wege:

1. Runde				2. Runde				Total
$S \rightarrow N$	#	$N \rightarrow S$	#	$S \rightarrow N$	#	$N \rightarrow S$	#	#
aussen	6	aussen	1	innen	1	innen	2	12
aussen	6	innen	2	innen	1	aussen	1	12
innen	2	aussen	1	aussen	3	innen	2	12
innen	2	innen	2	aussen	3	aussen	1	12
Insgesamt								48

Daher gibt es insgesamt 48 mögliche Wanderrouen. [2 P]

Aufgabe 11 [4P]

Gegeben sind drei Geraden: s , f und g . Gesucht ist ein gleichschenkliges Dreieck ABC (mit $\overline{CA} = \overline{CB}$) mit der Höhe $h_c = 8\text{ cm}$ und der Symmetrieachse s , sodass die Ecke A auf f und eine andere Ecke auf g liegt. Konstruiere drei Lösungen.



Aufgabe 12 [4P]

Lies den folgenden Artikel sorgfältig durch und beantworte danach die untenstehenden Fragen.

Die Europäischen Artikelnummern

Wenn wir in einem Einkaufsladen Produkte kaufen, wird häufig ein Strichcode eingelesen. Das Produkt wird damit identifiziert und im System wird dessen Preis abgerufen und dem Kunden verrechnet. Hier der Strichcode von *Die Butter 250g*:



Unter dem Strichcode kann man die Nummer erkennen, die durch den Strichcode beim Einlesen erkannt wird. Diese Nummer besteht aus 13 Ziffern. Sie ist als *EAN* bekannt: *European Article Number*.

Die ersten drei Ziffern der EAN geben das Herkunftsland an. Die folgende Tabelle zeigt einige der Ländercodes.

Ländercode	Land
100 – 139	USA
300 – 379	Frankreich, Monaco
400 – 440	Deutschland
500 – 509	United Kingdom
600 – 601	Südafrika
700 – 709	Norwegen
760 – 769	Schweiz
800 – 839	Italien, San Marino, Vatikan

Bei *Die Butter 250g* ist der Ländercode 761, daher handelt es sich dabei um ein Produkt aus der Schweiz.

Manchmal wird der Code nicht richtig erkannt, zum Beispiel dann, wenn die Etikette zerrissen ist oder Falze aufweist. Dann muss die Person an der Kasse die Nummer eintippen.

Damit nicht durch Vertippen ein ganz anderes Produkt erfasst wird, enthält die EAN eine sog. *Prüfziffer*. Diese wird bei EAN aus den ersten 12 Ziffern ermittelt.

Bei *Die Butter 250g* lauten die ersten 12 Ziffern:

761012873712

An diese 12 Ziffern wird die Prüfziffer p ganz rechts angehängt. Bei *Die Butter* lautet sie $p = 7$.

761012873712 7 ← Prüfziffer

Um die Prüfziffer zu bestimmen, geht man wie folgt vor. Zuerst werden die Ziffern an den ungeraden Positionen addiert (Summe a). Sodann werden die Ziffern an den geraden Positionen addiert (Summe b).

$$\begin{array}{cccccccccccc} 7 & 6 & 1 & 0 & 1 & 2 & 8 & 7 & 3 & 7 & 1 & 2 \\ a = 7+ & 1+ & 1+ & 8+ & 3+ & 1 & = 21 \\ b = & 6+ & 0+ & 2+ & 7+ & 7+ & 2 = 24 \end{array}$$

Daraus wird die Summe $s = a + 3 \cdot b = 21 + 3 \cdot 24 = 93$ gebildet. Die Prüfziffer p ist diejenige Ziffer, bei der $s + p$ durch 10 teilbar wird. Bei *Die Butter* ist $p = 7$, da $93 + 7 = 100$ durch 10 teilbar ist.

- (a) Bei dem Code rechts fehlt die Prüfziffer. Berechne diese.



[2 P]

- (b) Bei dem Code rechts ist die erste Ziffer unlesbar. Berechne aus welchem Land das Produkt stammt.



[2 P]

- (a) Es ist

$$a = 7 + 2 + 5 + 4 + 5 + 1 = 24, \quad b = 6 + 7 + 3 + 7 + 9 + 6 = 38.$$

Daher ist

$$s = a + 3b = 24 + 3 \cdot 38 = 138$$

Die nächste Zahl, die restlos durch 10 aufgeht ist 140. Somit ist die Prüfziffer 2.

[2 P]

- (b) Sei z die unbekannte Länderziffer. Dann berechnet man die Summen a und b wie folgt

$$a = z + 0 + 1 + 7 + 9 + 8 = z + 25, \quad b = 0 + 0 + 7 + 4 + 1 + 5 = 17.$$

Somit ist $s = z + 25 + 3 \cdot 17 = z + 76$. Da die Prüfziffer 9 ist, muss die Summe $z + 76$ auf die Ziffer 1 enden. Somit muss $z = 5$ gelten. Das Produkt stammt somit aus United Kingdom.

[2 P]

Massstab

Für 40 Punkte die ungerundete 6